

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $42 - 18 + 24 : 6$.

- А) 20; Б) 35; В) 28; Г) 6.

1.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x = 2y - 1, \\ x + 5y = 13. \end{cases}$

- А) (2; 3); Б) (3; 2); В) $\left(2\frac{3}{7}; 1\frac{5}{7}\right)$; Г) (7; 4).

1.3. Подайте степінь a^{-4} у вигляді дробу.

- А) $\frac{1}{a^{-4}}$; Б) $-\frac{1}{a^4}$; В) $-\frac{1}{a^{-4}}$; Г) $\frac{1}{a^4}$.

1.4. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії 16; 8; 4; ...

- А) 32; Б) 24; В) $10\frac{2}{3}$; Г) 40.

1.5. Знайдіть градусну міру кута, радіанна міра якого дорівнює $\frac{2\pi}{3}$.

- А) 90° ; Б) 120° ; В) 240° ; Г) 60° .

1.6. Розв'яжіть нерівність $\log_5(2x - 1) \leq 2$.

- А) (0,5; 5,5]; Б) [0,5; 13];
Б) $(-\infty; 13]$; Г) (0,5; 13].

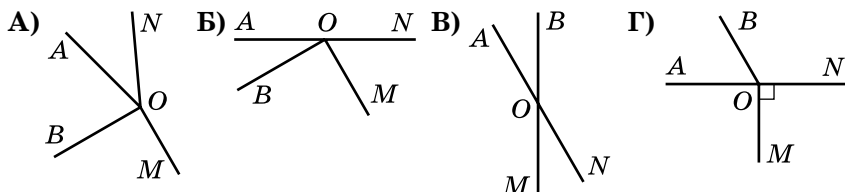
1.7. Знайдіть похідну функції $y = 7 - e^x$.

- А) $-e^x$; Б) e^x ; В) $7 - e^x$; Г) $7x - e^x$.

1.8. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$.

- А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; В) $\frac{1}{2}$; Г) $1\frac{1}{2}$.

1.9. На якому з рисунків кути AOB і MON є вертикальними?



1.10. Знайдіть градусну міру внутрішнього кута правильного восьмикутника.

- А) 120° ; Б) 135° ; В) 150° ; Г) 160° .

1.11. Об'єм призми дорівнює 150 см^3 , а площа основи – 10 см^2 . Знайдіть висоту призми.

- А) 5 см; Б) 10 см; В) 12 см; Г) 15 см.

1.12. Усі вершини ромба $ABCD$ належать площині α . Пряма m паралельна прямій AB . Як можуть бути розташовані пряма m і площина α ? Виберіть правильне твердження.

- А) пряма m може належати площині α або перетинати її, пряма m не може бути паралельною площині α ;
 Б) пряма m може належати площині α , пряма m не може перетинати площину α або бути паралельною площині α ;
 В) пряма m може належати площині α або бути паралельною площині α , пряма m не може перетинати площину α ;
 Г) пряма m може належати, бути паралельною площині α або перетинати площину α .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{8}\sqrt{2^{x-1}} = 4^{-1,25}$.

2.2. У коробці знаходиться 30 карток, що пронумеровані натуральними числами від 1 до 30. З коробки навмання взяли одну картку. Яка ймовірність того, що на ній записане число, яке не є дільником 30?

2.3. Розв'яжіть рівняння $x = \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 4x - 5}$.

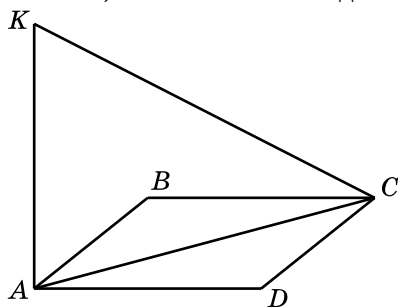
2.4. Висота конуса відноситься до його діаметра як 2 : 3, а твірна конуса дорівнює 10 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть $2\frac{5}{9} + 1\frac{1}{6}$.
 А) $3\frac{2}{3}$; Б) $3\frac{1}{3}$; В) $3\frac{13}{18}$; Г) $3\frac{7}{9}$.
- 1.2. Розкладіть на множники $3m - 9$.
 А) $9(m - 1)$; Б) $3(m + 3)$; В) $3(m - 3)$; Г) $3(3m - 1)$.
- 1.3. Знайдіть значення виразу $\sqrt{2a - b}$, якщо $a = 7$, $b = -2$.
 А) 3; Б) 4; В) 5; Г) 6.
- 1.4. Ставка прибуткового податку в Україні дорівнює 15 %. Який прибутковий податок треба заплатити із зарплати 3000 грн.?
 А) 450 грн.; Б) 300 грн.; В) 45 грн.; Г) 150 грн.
- 1.5. Подайте степінь з дробовим показником $a^{\frac{3}{4}}$, де $a > 0$, у вигляді кореня.
 А) $\sqrt[3]{a^4}$; Б) $\sqrt[4]{a^3}$; В) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$; Г) $\sqrt{a^3}$.
- 1.6. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.
 А) $\frac{7\pi}{12} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; Б) $\frac{\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;
 В) $\frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{7\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
- 1.7. Стрілець у п'яти серіях з 10 пострілів у кожній влучив у мішень таку кількість разів: 8; 7; 9; 6; 7. Знайдіть розмах цієї вибірки.
 А) 3; Б) 4; В) 7; Г) 9.
- 1.8. Знайдіть $f'\left(\frac{1}{2}\right)$, якщо $f(x) = \ln 5x$.
 А) $\ln 2,5$; Б) $\frac{2}{5}$; В) 2; Г) $2 + \ln 5$.

- 1.9. Паралельне перенесення задано формулами $x' = x - 2$, $y' = y + 3$. У яку точку при такому паралельному перенесенні переходить точка $M(4; -1)$?
 А) $M'(2; -2)$; Б) $M'(2; 2)$; В) $M'(2; 4)$; Г) $M'(-2; 2)$.
- 1.10. Діагональ паралелограма дорівнює 5 см і перпендикулярна до сторони паралелограма, яка дорівнює 3 см. Знайдіть площу паралелограма.
 А) $7,5 \text{ см}^2$; Б) 12 см^2 ; В) 15 см^2 ; Г) 20 см^2 .
- 1.11. Піраміда має рівно дев'ять граней. Скільки сторін має многокутник, який є основою піраміди?
 А) 7; Б) 8; В) 9; Г) 10.
- 1.12. Пряма AK перпендикулярна до площини квадрата $ABCD$, $KC = 10 \text{ см}$, $AK = 8 \text{ см}$. Знайдіть AB .



- А) $3\sqrt{2} \text{ см}$; Б) 6 см ; В) 3 см ; Г) $3\sqrt{3} \text{ см}$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть область значень функції $f(x) = 3 - \sqrt{x}$.
- 2.2. Розв'яжіть рівняння $3\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_2 x^4 = 9$.
- 2.3. Для функції $f(x) = e^{2x+1} - 2\cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$ знайдіть загальний вигляд первісних.
- 2.4. Хорда основи циліндра дорівнює 8 см і віддалена від центра цієї основи на 3 см. Відрізок, що сполучає центр іншої основи із серединою даної хорди, утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть об'єм циліндра.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть $3,5 \cdot 2,4$.
А) 0,84; Б) 8,4; В) 7,4; Г) 84.
- 1.2. Зведіть одночлен $-1\frac{1}{3}p^2 \cdot 12pt^4$ до стандартного вигляду.
А) $16p^3t^4$; Б) $-16p^2t^4$; В) $-16(pt)^7$; Г) $-16p^3t^4$.
- 1.3. Чому дорівнює вільний член квадратного рівняння $7x - 8 + 2x^2 = 0$?
А) -8; Б) 8; В) 7; Г) 2.
- 1.4. Відомо, що $a > b$. Яка з нерівностей є правильною?
А) $-a > -b$; Б) $-\frac{1}{14}a < -\frac{1}{14}b$;
В) $\frac{1}{14}a < \frac{1}{14}b$; Г) $a - 1 < b - 1$.
- 1.5. Яка з наведених функцій є спадною на множині дійсних чисел?
А) $y = 1,2^x$; Б) $y = 2^x$; В) $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$; Г) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$.
- 1.6. Обчисліть $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$.
А) $\frac{3}{4}$; Б) $1\frac{1}{4}$; В) $1\frac{1}{2}$; Г) $1\frac{3}{4}$.
- 1.7. Яка з функцій є первісною для функції $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$?
А) $-\operatorname{ctgx} + C$; Б) $-\operatorname{tgx} + C$; В) $\operatorname{tgx} + C$; Г) $\operatorname{ctgx} + C$.
- 1.8. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^2$ у точці з абсцисою $x_0 = 1$.
А) $y = x + 1$; Б) $y = 2x + 1$; В) $y = 2x - 1$; Г) $y = 3 - 2x$.
- 1.9. Знайдіть периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 3 см і 5 см.
А) 8 см; Б) 15 см; В) 16 см; Г) 18 см.
- 1.10. Дано $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\operatorname{tg} \angle A = \frac{3}{4}$, $BC = 12$ см. Знайдіть AC .
А) 9 см; Б) 16 см; В) 15 см; Г) 8 см.

1.11. Знайдіть площу повної поверхні циліндра, радіус основи якого дорівнює 4 см, а висота – 3 см.

А) $28\pi \text{ см}^2$; Б) $42\pi \text{ см}^2$; В) $224\pi \text{ см}^2$; Г) $56\pi \text{ см}^2$.

1.12. Середина відрізка AB з кінцями в точках $A(-2; 3; 5)$ і $B(2; -3; 7)$ належить...

А) осі x ; Б) осі y ; В) осі z ; Г) площині xy .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть область визначення функції $f(x) = \lg(5 - x) + \sqrt{x - 2}$.

2.2. Скількома способами на книжковій полиці в один ряд можна розставити підручники із шести різних предметів так, щоб підручник з геометрії стояв крайнім праворуч?

2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = 5 - x^2$ і $y = 1$.

2.4. Основою піраміди є прямокутний трикутник з меншим катетом 5 см і гострим кутом 30° . Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 13 см. Знайдіть об'єм піраміди.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Морська вода містить 6 % солі. Скільки солі міститься у 300 кг морської води?
 А) 18 кг; Б) 50 кг; В) 1,8 кг; Г) 5 кг.
- 1.2. $(a - 3)(a + 3) = \dots$
 А) $a^2 - 9$; Б) $a^2 + 9$; В) $a^2 + 6a + 9$; Г) $a^2 - 6a + 9$.
- 1.3. Подайте у вигляді дробу вираз $\frac{a+2}{3a} - \frac{5b-1}{15b}$.
 А) $\frac{10b-a}{15ab}$; Б) $\frac{10b+a}{15ab}$; В) $\frac{10b+a}{45ab}$; Г) $\frac{10a+b}{15ab}$.
- 1.4. Яке із чисел не є розв'язком нерівності $x^2 + x - 6 < 0$?
 А) -1; Б) 0; В) 1; Г) 3.
- 1.5. Чому дорівнює $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?
 А) $-\frac{\pi}{4}$; Б) $\frac{\pi}{3}$; В) $-\frac{\pi}{3}$; Г) $-\frac{\pi}{6}$.
- 1.6. Розв'яжіть рівняння $3^{x^2+x} = 9$.
 А) -1, 2; Б) -2, 1; В) $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$; Г) 2.
- 1.7. З букв, написаних на окремих картках, складено слово ГЕОМЕТРІЯ. Потім ці картки перевернули, перемішали і навмання взяли одну. Яка ймовірність того, що на ній написано літеру А?
 А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{1}{4}$; В) $\frac{1}{9}$; Г) 0.
- 1.8. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = \sin x - \cos x$.
 А) $F(x) = -\cos x - \sin x + C$; Б) $F(x) = \cos x - \sin x + C$;
 Б) $F(x) = \sin x + \cos x + C$; Г) $F(x) = \sin x - \cos x + C$.
- 1.9. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 90^\circ$. Знайдіть градусну міру кута C_1 .
 А) 40° ; Б) 50° ; В) 90° ; Г) неможливо визначити.

- 1.10. Сторони трикутника дорівнюють 4 см, 5 см і 6 см. Знайдіть косинус найбільшого за величиною кута трикутника.
 А) $\frac{3}{4}$; Б) $\frac{9}{16}$; В) $\frac{1}{6}$; Г) $\frac{1}{8}$.
- 1.11. Радіус основи конуса дорівнює 4 см, а твірна – 5 см. Знайдіть висоту конуса.
 А) 3,5 см; Б) $\sqrt{7}$ см; В) 3 см; Г) $\sqrt{11}$ см.
- 1.12. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює 5 см, а площа повної поверхні призми – 110 см^2 . Знайдіть висоту призми.
 А) 2 см; Б) 3 см; В) 4 см; Г) 6 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз $\frac{\sin \beta}{1 + \cos \beta} + \frac{\sin \beta}{1 - \cos \beta}$.
- 2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_3^2 x < 4$.
- 2.3. Знайдіть найменше значення функції $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ на відрізьку $[1; 4]$.
- 2.4. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої основи, дорівнює 6 см і утворює з площиною нижньої основи циліндра кут 60° . Знайдіть площу осевого перерізу циліндра.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який із запропонованих дробів дорівнює дробу $\frac{1}{2}$?

- А) $\frac{2}{1}$; Б) $\frac{3}{8}$; В) $\frac{4}{8}$; Г) $\frac{6}{18}$.

1.2. Знайдіть корінь рівняння $-2(x + 3) = 2x - 8$.

- А) $-0,5$; В) 2 ;
Б) $0,5$; Г) рівняння не має коренів.

1.3. Перетворіть на дріб вираз $\frac{a^8}{10} \cdot \frac{5}{a^2}$.

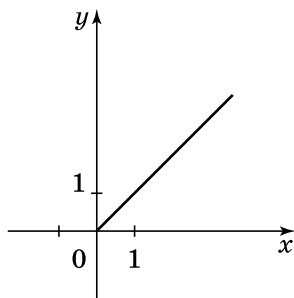
- А) $\frac{a^6}{2}$; Б) $\frac{a^4}{2}$; В) $\frac{2}{a^6}$; Г) $\frac{a^{10}}{50}$.

1.4. Точка $M(-2; 8)$ належить графіку функції $y = ax^2$. Знайдіть коефіцієнт a .

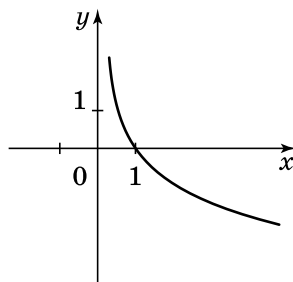
- А) 4 ; Б) -4 ; В) -2 ; Г) 2 .

1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції $y = \log_3 x$?

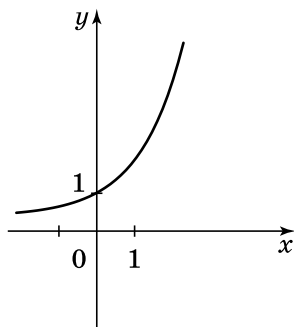
А)



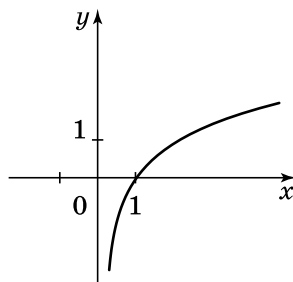
В)



Б)



Г)



- 1.6. При яких значеннях змінної вираз $\sqrt[6]{8-4x}$ має зміст?
А) $[2; +\infty)$; Б) $(-\infty; 2]$; В) $(-\infty; 2)$; Г) $(-\infty; +\infty)$.
- 1.7. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x) = x^2$ у точці з абсцисою $x_0 = -1$.
А) -2 ; Б) -1 ; В) 1 ; Г) 2 .
- 1.8. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випало число, яке є простим?
А) $\frac{1}{6}$; Б) $\frac{1}{3}$; В) $\frac{1}{2}$; Г) $\frac{2}{3}$.
- 1.9. Два кути трапеції дорівнюють 100° і 110° . Знайдіть градусну міру меншого з невідомих кутів трапеції.
А) 60° ; Б) 70° ; В) 80° ; Г) 90° .
- 1.10. Складіть рівняння кола із центром у точці $Q(2; -1)$, яке проходить через точку $M(-1; 3)$.
А) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$; В) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$;
Б) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$; Г) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.
- 1.11. Знайдіть об'єм кулі, діаметр якої дорівнює 6 см.
А) $216\pi \text{ см}^3$; Б) $108\pi \text{ см}^3$; В) $36\pi \text{ см}^3$; Г) $288\pi \text{ см}^3$.
- 1.12. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює $4\sqrt{2}$ см, а висота – 5 см. Знайдіть площу діагонального перерізу цієї піраміди.
А) 20 см^2 ; Б) 10 см^2 ; В) 40 см^2 ; Г) $10\sqrt{2} \text{ см}^2$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\sin 4x \cos 4x = \frac{\sqrt{2}}{4}$.
- 2.2. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{3x+4}$.
- 2.3. Знайдіть похідну функції $f(x) = \sqrt{5-x^2}$ у точці $x_0 = -2$.
- 2.4. Висота конуса дорівнює 12 см, а радіус його основи – 4 см. Площина, перпендикулярна до осі конуса, перетинає його бічну поверхню по колу, довжина якого дорівнює 6π см. Знайдіть відстань від вершини конуса до площини перерізу.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $18 \cdot 3\frac{1}{3}$.

А) $54\frac{1}{6}$;

Б) 60;

В) $54\frac{1}{3}$;

Г) $5\frac{2}{5}$.

1.2. Яка з пар чисел є розв'язком рівняння $x - y = 5$?

А) (6; -1);

Б) (2; 7);

В) (7; 2);

Г) (-2; -6).

1.3. Спростіть вираз $2a^{-3}b \cdot (-5a^4b^7)$.

А) $-10ab^8$;

Б) $-10a^{-12}b^7$;

В) $10ab^8$;

Г) $-10a^{-1}b^8$.

1.4. Послідовність (b_n) є геометричною прогресією. Знайдіть знаменник цієї прогресії, якщо $b_1 = 10$, $b_2 = 5$.

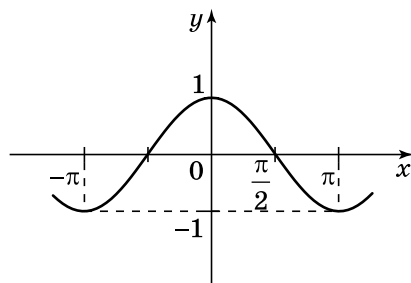
А) -5;

Б) 5;

В) 2;

Г) 0,5.

1.5. Графік якої із запропонованих функцій зображено на рисунку?



А) $y = \cos x$;

Б) $y = \sin x$;

В) $y = \operatorname{tg} x$;

Г) $y = \operatorname{ctg} x$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $\log_3(x^2 + 2x + 1) = 0$.

А) -1;

Б) -2, 0;

В) 0, 2;

Г) рівняння не має розв'язків.

1.7. Знайдіть $y'(-1)$, якщо $y(x) = x^2$.

А) -1;

Б) 1;

В) 2;

Г) -2.

1.8. Швидкість руху матеріальної точки задається рівнянням $v(t) = 2t - 1$ (м/с). Знайдіть рівняння руху $s = s(t)$, якщо в момент часу $t = 3$ с ця точка пройшла відстань $s = 8$ м.

А) $s(t) = t^2 - t + 8$;

Б) $s(t) = t^2 + t - 4$;

В) $s(t) = t^2 - t + 2$;

Г) $s(t) = 2t^2 - t - 7$.

- 1.9. Площа паралелограма дорівнює 24 см^2 , а одна з його сторін – 6 см . Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.
 А) 8 см ; Б) 4 см ; В) 2 см ; Г) 3 см .
- 1.10. Знайдіть градусну міру кута при вершині рівнобедреного трикутника, якщо кут при основі цього трикутника дорівнює 48° .
 А) 132° ; Б) 36° ; В) 66° ; Г) 84° .
- 1.11. Яка з наведених точок належить координатній площині xz ?
 А) $M(0; -5; 0)$; В) $T(-3; 0; 2)$;
 Б) $N(4; -12; 0)$; Г) $K(0; -2; 12)$.
- 1.12. Довжина кола основи циліндра дорівнює $6\pi \text{ см}$, а довжина твірної – 5 см . Знайдіть площу осьового перерізу циліндра.
 А) 30 см^2 ; Б) 15 см^2 ; В) 60 см^2 ; Г) $30\pi \text{ см}^2$.

Частина друга

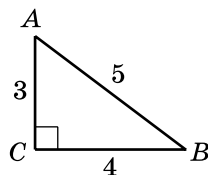
Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{2^x - 3} + 2 = \frac{4}{2^x + 2}$.
- 2.2. Одночасно підкидають два гральних кубики. Знайдіть імовірність того, що на кубиках випаде однакова кількість очок.
- 2.3. Обчисліть значення виразу $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{17} - 9} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{17} + 9}}{\sqrt[4]{4^{12}}}$.
- 2.4. У правильній чотирикутній піраміді бічні грані утворюють із площиною основи кути 30° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди, якщо її апофема дорівнює $4\sqrt{3} \text{ см}$.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Яке із чисел є коренем рівняння $2x - 7 = 9$?
 А) 7; Б) 8; В) 9; Г) 10.
- 1.2. Розкладіть на множники $16m^2 + 24ma$.
 А) $8m(2m - 3a)$; В) $16m(m + 8a)$;
 Б) $8m(3m + 2a)$; Г) $8m(2m + 3a)$.
- 1.3. Яка з рівностей є правильною?
 А) $\sqrt{-16} = 4$; Б) $\sqrt{16} = -4$; В) $\sqrt{16} = 4$; Г) $\sqrt{16} = \pm 4$.
- 1.4. П'ятивідсотковий розчин солі містить 10 г солі. Скільки води в цьому розчині?
 А) 190 г; Б) 200 г; В) 210 г; Г) 180 г.
- 1.5. Подайте корінь $\sqrt[5]{3^7}$ у вигляді степеня з дробовим показником.
 А) $3^{\frac{5}{7}}$; Б) $3^{\frac{7}{5}}$; В) $3^{\frac{5}{7}}$; Г) $3^{\frac{7}{5}}$.
- 1.6. Знайдіть область визначення функції $y = \arccos(x + 2)$.
 А) $(-\infty; +\infty)$; Б) $[-3; -1]$; В) $(-3; -1)$; Г) $[1; 3]$.
- 1.7. На тарілці лежать 7 яблук і 5 слив. Скількома способами з тарілки можна взяти один фрукт?
 А) 7; Б) 2; В) 5; Г) 12.
- 1.8. Знайдіть корені рівняння $f'(x) = 0$, де $f(x) = 6x + x^2$.
 А) -3; Б) 3; В) -6, 0; Г) -6.
- 1.9. На рисунку зображено прямокутний трикутник ABC ($\angle C = 90^\circ$). Знайдіть $\sin \angle B$.
 А) $\frac{3}{5}$; Б) $\frac{4}{5}$; В) $\frac{3}{4}$; Г) $\frac{4}{3}$.
- 1.10. Точки $M(x; -2)$ і $M'(5; y)$ симетричні відносно точки $O(0; 4)$. Знайдіть x і y .
 А) $x = 5, y = 10$; В) $x = -5, y = 10$;
 Б) $x = -5, y = 8$; Г) $x = 5, y = -10$.
- 1.11. Скільки різних площин можна провести через три точки, які лежать на одній прямій?
 А) одну; Б) дві; В) три; Г) безліч.



1.12. Радіус основи конуса дорівнює 10 см. Через середину висоти конуса проведено переріз, паралельний його основі. Знайдіть площу цього перерізу.

А) $100\pi \text{ см}^2$; Б) $25\pi \text{ см}^2$; В) $10\pi \text{ см}^2$; Г) $16\pi \text{ см}^2$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Рух м'яча описується законом $s(t) = 8t - 4t^2$, де s – відстань у метрах від поверхні землі, t – час у секундах, $t \geq 0$. Знайдіть найбільшу висоту, на яку піднявся м'яч.

2.2. Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{2}\log_{0,4}(5x + 1) = \log_{0,4}(x - 1)$.

2.3. Обчисліть $\int_0^{3,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}}$.

2.4. В основі похилої призми лежить рівносторонній трикутник зі стороною $6\sqrt{3}$ см. Одна з вершин верхньої основи рівновіддалена від усіх вершин нижньої основи. Знайдіть висоту призми, якщо її бічне ребро дорівнює 10 см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть відношення 10 см : 5 дм.

- А) 1 : 2; Б) 1 : 50; В) 2; Г) 1 : 5.

1.2. Який з одночленів подано в стандартному вигляді?

- А) $4a^2b \cdot a^3$; Б) $-2a^2b$; В) $-7a \cdot 2p$; Г) a^2ba^3c .

1.3. Розкладіть на лінійні множники квадратний тричлен $x^2 + 3x - 4$.

- А) $(x + 1)(x + 4)$; Б) $(x - 1)(x + 4)$;
Б) $(x - 1)(x - 4)$; Г) $(x + 1)(x - 4)$.

1.4. Відомо, що $x - y = -2$. Порівняйте числа x і y .

- А) $x < y$; Б) $x > y$;
Б) $x = y$; Г) порівняти неможливо.

1.5. Розв'яжіть рівняння $3^{x-2} = 1$.

- А) -2; Б) 0; В) 2; Г) 4.

1.6. Знайдіть $\sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = -0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- А) 0,36; Б) 0,8; В) -0,6; Г) 0,6.

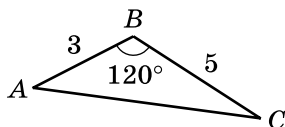
1.7. Знайдіть невизначений інтеграл $\int x^4 dx$.

- А) $\frac{x^5}{5}$; Б) $\frac{x^5}{5} + C$; В) $4x^3$; Г) $4x^3 + C$.

1.8. Знайдіть точки максимуму функції $f(x) = 3x^2 - 2x^3$.

- А) 1; Б) 0, 1;
Б) 0; Г) функція не має точок максимуму.

1.9. Знайдіть сторону AC трикутника ABC , зображеного на рисунку (довжини відрізків дано в сантиметрах).



- А) 6 см; Б) 6,5 см; В) 7 см; Г) $4\sqrt{3}$ см.

1.10. Різниця між периметром квадрата і довжиною однієї з його сторін дорівнює 12 см. Знайдіть периметр квадрата.

- А) 15 см; Б) 16 см; В) 18 см; Г) 20 см.

1.11. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 10 см, а діаметр основи – 6 см. Знайдіть довжину твірної циліндра.

А) 3 см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) 8 см.

1.12. Основою піраміди є ромб зі стороною 6 см і висотою 2 см. Знайдіть об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює 7 см.

А) 28 см^3 ; Б) 56 см^3 ; В) 84 см^3 ; Г) 14 см^3 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть число x , якщо $\lg x = \frac{2}{3}\lg 27 + 3\lg 2 - \frac{1}{2}\lg 36$.

2.2. У чемпіонаті міста з футболу грає 10 команд, кожна з яких проводить по дві зустрічі з кожним із суперників. Скільки всього матчів буде проведено в чемпіонаті міста?

2.3. Матеріальна точка рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 1 + 0,4t$ (t вимірюється у секундах, v – у м/с). Знайдіть шлях, який пройшла точка за інтервал часу від $t_1 = 1$ с до $t_2 = 10$ с.

2.4. Площина γ паралельна стороні AB трикутника ABC та перетинає сторони AC і BC відповідно в точках D і E . Знайдіть AC , якщо $AD = 8$ см, $DE = 3$ см, $AB = 9$ см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених чисел кратне числу 5?

- А) 284; Б) 417; В) 395; Г) 198.

1.2. Перетворіть вираз $\left(0,1x - \frac{y}{5}\right)\left(\frac{y}{5} + 0,1x\right)$ на многочлен.

А) $0,01x^2 - \frac{1}{25}xy + \frac{y^2}{25}$; В) $0,01x^2 + \frac{y^2}{25}$;

Б) $0,1x^2 - \frac{y^2}{5}$; Г) $0,01x^2 - \frac{y^2}{25}$.

1.3. Виконайте дію $\frac{a}{5} - \frac{b}{3}$.

А) $\frac{5b - 3a}{15}$; Б) $\frac{3a - 5b}{15}$; В) $\frac{5a - 3b}{15}$; Г) $\frac{a - b}{2}$.

1.4. Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2x \leq 0$.

- А) $[-2; 0]$; В) $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$;
Б) $(-2; 0)$; Г) $[0; 2]$.

1.5. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} x = -1$.

А) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

1.6. Обчисліть значення виразу $3^{2-\sqrt{7}} \cdot 3^{\sqrt{7}-3}$.

А) $\frac{1}{27}$; Б) $\frac{1}{9}$; В) $\frac{1}{3}$; Г) 3.

1.7. Яка із чотирьох наведених подій є неможливою?

- А) запізнення поїзда Львів–Київ;
Б) виграти партію у шахи в рівного вам за силою суперника;
В) поява очок, що в сумі менше від 12, при підкиданні двох гральних кубиків;
Г) поява очок, що в сумі більше за 12, при підкиданні двох гральних кубиків.

1.8. Для функції $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $K\left(\frac{\pi}{4}; -3\right)$.

- А) $F(x) = \operatorname{tg} x - 4$; В) $F(x) = \operatorname{ctg} x - 4$;
Б) $F(x) = -\operatorname{tg} x - 2$; Г) $F(x) = -\operatorname{ctg} x - 2$.

1.9. Яка з точок належить осі ординат?

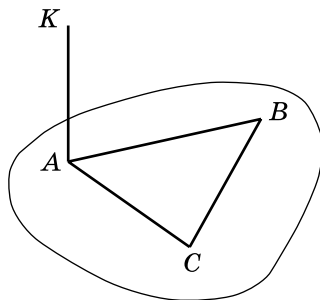
- А) $(-2; 2)$; Б) $(-15; 0)$; В) $(0; 4)$; Г) $(4; -13)$.

1.10. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $AB = 9$ см, $AC = 12$ см, $A_1B_1 = 6$ см. Знайдіть A_1C_1 .

- А) 4 см; Б) 4,5 см; В) 18 см; Г) 8 см.

1.11. Пряма AK проходить через вершину A трикутника ABC , $AK \perp AB$ і $AK \perp AC$. Який кут утворює пряма AK із площиною трикутника ABC ?

- А) 90° ;
Б) 60° ;
В) 45° ;
Г) неможливо визначити.



1.12. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник з висотою $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

- А) 8π см²; Б) 16π см²; В) 4π см²; Г) 12π см².

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть значення числового виразу

$$\sin(-930^\circ) + \sqrt{3} \cos(-210^\circ) + \operatorname{tg} 315^\circ.$$

2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_3(x+1) + \log_3 x \leq \log_3 2 + 1$.

2.3. Знайдіть точки максимуму функції $f(x) = \frac{x^2 - 3}{2 - x}$.

2.4. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює 8 см і нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо кут між діагоналями його основи дорівнює 30° .

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $(7 + (-5) - (-6)) \cdot 3$.

- А) 24; Б) 18; В) -24; Г) -12.

1.2. Коренем рівняння $-4x = -8$ є число...

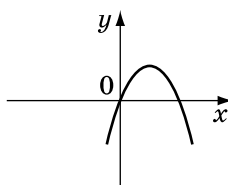
- А) -0,5; Б) 0,5; В) -2; Г) 2.

1.3. Знайдіть частку $\frac{5m - n}{4a^2} : \frac{n - 5m}{8a}$.

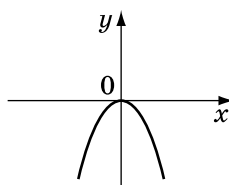
- А) $\frac{2}{a}$; Б) $-\frac{2}{a}$; В) $-\frac{a}{2}$; Г) $-\frac{2}{a^2}$.

1.4. На якому з рисунків схематично зображено графік функції $y = -3x^2$?

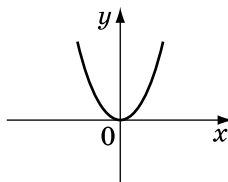
А)



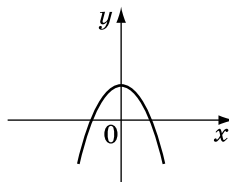
Б)



В)



Г)



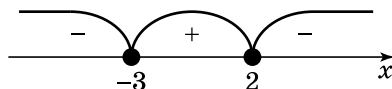
1.5. Який з виразів не має змісту?

- А) $\log_2 8$; Б) $\log_{1,5} 3$; В) $\lg \sqrt{5}$; Г) $\log_{17} 0$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $x^4 = 16$.

- А) 2; Б) -2; В) -2; 2; Г) 16^4 .

1.7. Знак похідної функції $y = f(x)$, визначеної на R , змінюється за схемою, зображеною на рисунку. Знайдіть усі проміжки, на яких функція спадає.



- А) $(-\infty; -3]$, $[2; +\infty)$; Б) $[-3; 2]$, $[2; +\infty)$;
В) $(-\infty; -3]$, $[-3; 2]$; Г) $[-3; 2]$.

- 1.8. Гральний кубик підкидають двічі та записують числа, що з'явилися. Скільки різних послідовностей чисел можна при цьому отримати?
А) 30; Б) 36; В) 25; Г) 12.
- 1.9. Знайдіть градусну міру центрального кута правильного шестикутника.
А) 30° ; Б) 45° ; В) 60° ; Г) 90° .
- 1.10. Висота рівнобічної трапеції, проведена з вершини тупого кута, утворює з бічною стороною кут 32° . Знайдіть градусну міру гострого кута трапеції.
А) 48° ; Б) 16° ; В) 64° ; Г) 58° .
- 1.11. Який із запропонованих чотирикутників не може бути основою паралелепіпеда?
А) трапеція; Б) квадрат; В) прямокутник; Г) ромб.
- 1.12. Довжина кола основи конуса дорівнює 6π см, а його твірна – 5 см. Знайдіть об'єм конуса.
А) 30π см³; Б) 12π см³; В) 16π см³; Г) 36π см³.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x + 2\cos x = 0$.
- 2.2. Розв'яжіть нерівність $25^x + 5^x - 2 \leq 0$.
- 2.3. Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 2t^2 - 18t + 7$ (x вимірюється в метрах, t – у секундах). У який момент часу тіло зупиниться?
- 2.4. Знайдіть координати вершини A паралелограма $ABCD$, якщо $B(-2; 7; 1)$, $C(4; -2; 3)$, $D(0; 11; -2)$.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $(12 - 2^3) \cdot 5$.

- А) 30; Б) 20; В) 5000; Г) 50.

1.2. Графік якого рівняння проходить через точку $A(-3; 2)$?

- А) $x + 4y = 11$; В) $5x + y = 7$;
Б) $x - 3y = 9$; Г) $2x + y = -4$.

1.3. Яке із чисел подано в стандартному вигляді?

- А) $0,03 \cdot 10^{15}$; В) $1,03 \cdot 8^{15}$;
Б) $1,03 \cdot 10^{15}$; Г) 119.

1.4. Послідовність (b_n) – геометрична прогресія. Знайдіть b_4 , якщо $b_1 = 64$, $b_2 = -32$.

- А) -4; Б) 4; В) -8; Г) 8.

1.5. Значення якого із запропонованих виразів додатне?

- А) $\sin(-30^\circ)$; В) $\operatorname{tg}(-60^\circ)$;
Б) $\cos(-45^\circ)$; Г) $\operatorname{ctg}(-90^\circ)$.

1.6. Знайдіть значення виразу $\log_5 250 - \log_5 2$.

- А) 3; Б) 2; В) 1; Г) -3.

1.7. Знайдіть похідну функції $y = 6x^3$.

- А) $\frac{3x^4}{2}$; Б) $2x^2$; В) $18x^2$; Г) $18x^3$.

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.

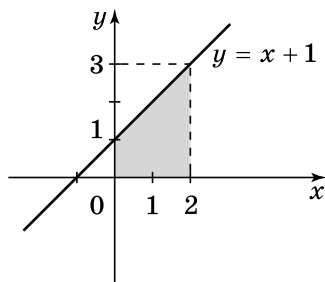
- А) 4,5; В) 3;
Б) 3,5; Г) 4.

1.9. Які градусні міри із запропонованих можуть мати два суміжних кути?

- А) 130° і 70° ; В) 92° і 88° ;
Б) 125° і 45° ; Г) 135° і 55° .

1.10. Радіус круга дорівнює 6 см. Знайдіть площу сектора, якщо градусна міра його дуги дорівнює 80° .

- А) $16\pi \text{ см}^2$; Б) $4\pi \text{ см}^2$; В) $6\pi \text{ см}^2$; Г) $8\pi \text{ см}^2$.



- 1.11. Знайдіть об'єм піраміди, основою якої є квадрат зі стороною 6 см, якщо висота піраміди дорівнює 4 см.
 А) 48 см^3 ; Б) 24 см^3 ; В) 32 см^3 ; Г) 144 см^3 .
- 1.12. Сторона AB трикутника ABC паралельна площині α , а сторони CA і CB перетинають площину α в точках A_1 і B_1 відповідно. Знайдіть AB , якщо $AC = 9 \text{ см}$, $A_1C = 3 \text{ см}$, $A_1B_1 = 2 \text{ см}$.
 А) 4 см; Б) 6 см; В) 8 см; Г) 10 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

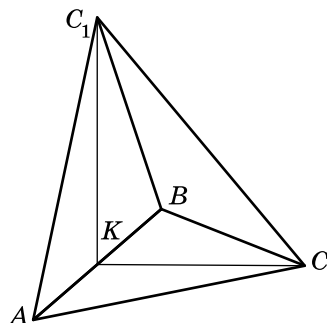
- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{5^{2x+3}} \cdot \sqrt{2^{2x+1}} = 50$.
- 2.2. З ящика, що містить п'ять пронумерованих від 1 до 5 кульок, навмання виймають одну за одною всі кульки. Знайдіть імовірність того, що всі кульки вийнято в порядку послідовної нумерації.
- 2.3. Розв'яжіть рівняння $2\sqrt{x-1} - \frac{3}{\sqrt{x-1}} = 5$.
- 2.4. У циліндрі перпендикулярно до радіуса основи через його середину проведено переріз. У перерізі утворився квадрат з діагоналлю $6\sqrt{2} \text{ см}$. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Знайдіть значення виразу $\frac{7}{8} + \frac{1}{12} - \frac{5}{6}$.
А) $\frac{1}{8}$; Б) $\frac{3}{26}$; В) $\frac{1}{4}$; Г) $\frac{1}{6}$.
- 1.2. Подайте у вигляді добутку $0,16 - p^2$.
А) $(0,4 - p)(0,4 + p)$; В) $(0,16 - p)(0,16 + p)$;
Б) $(0,04 - p)(0,04 + p)$; Г) $(0,4 - p)(0,4 - p)$.
- 1.3. Обчисліть значення виразу $\left(-5\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$.
А) -15 ; Б) 15 ; В) -3 ; Г) 3 .
- 1.4. На пошиття одного костюма витрачають 3,4 м тканини. Яку найбільшу кількість костюмів можна пошити з 20 м такої тканини?
А) 3; Б) 4; В) 5; Г) 6.
- 1.5. Яка з рівностей є правильною?
А) $\sqrt[4]{16} = \pm 2$; Б) $\sqrt[4]{16} = 4$; В) $\sqrt[4]{16} = 2$; Г) $\sqrt{16} = 2$.
- 1.6. Розв'яжіть рівняння $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
А) $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\pm \frac{\pi}{4} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $\pm \frac{\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\pm \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
- 1.7. Баскетболіст у п'яти серіях по 10 кидків у кожній влучив у кошик таку кількість разів: 7, 6, 9, 8, 8. Знайдіть середнє значення цієї вибірки.
А) 7,8; Б) 8; В) 7,4; Г) 7,6.
- 1.8. Знайдіть похідну функції $f(x) = x \cos x$.
А) $-\sin x$; В) $\cos x - x \sin x$;
Б) $\cos x + x \sin x$; Г) $x \sin x - \cos x$.
- 1.9. Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{a}(-2; 3)$ і $\vec{b}(4; 7)$.
А) 12; Б) 11; В) 13; Г) 9.

- 1.10. Знайдіть площу трикутника, сторони якого дорівнюють 5 см, 5 см і 8 см.
 А) 10 см^2 ; Б) 12 см^2 ; В) 16 см^2 ; Г) 24 см^2 .
- 1.11. Знайдіть площу бічної поверхні правильної шестикутної піраміди, якщо площа однієї бічної грані дорівнює 5 см^2 .
 А) 25 см^2 ; Б) 30 см^2 ; В) 35 см^2 ; Г) 40 см^2 .
- 1.12. Площини рівних рівносторонніх трикутників ABC і ABC_1 перпендикулярні, $CC_1 = 4\sqrt{2}$ см. Знайдіть висоту CK трикутника ABC .



- А) 4 см; Б) 3 см; В) 2 см; Г) $2\sqrt{2}$ см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $f(x) = 3 - 4\cos x$.
- 2.2. Розв'яжіть рівняння $\log_2(x - 2) + \log_2(x - 4) = 3$.
- 2.3. Для функції $f(x) = \frac{8}{4x + 5}$ знайдіть первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку $B(-1; 3)$.
- 2.4. Висота конуса дорівнює 12 см, а сума твірної конуса і його радіуса – 18 см. Знайдіть об'єм конуса.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Який з наведених десяткових дробів менший за дріб $7,13$?
 А) $7,2$; Б) $7,130$; В) $7,129$; Г) $7,15$.
- 1.2. Спростіть вираз $(x - 1)(x + 2) + 2$.
 А) $x^2 + x$; Б) $x^2 - x$; В) $x^2 + x + 4$; Г) $2x$.
- 1.3. Який з виразів є квадратним тричленом?
 А) $2x^3 + 3x - 2$; В) $2x^2 + 3x^4 - 2$;
 Б) $2x^2 + 3x - 2$; Г) $3x^4 - 2$.
- 1.4. Розв'яжіть нерівність $x + 3 > 2x - 7$.
 А) $(-\infty; -10)$; Б) $(-10; +\infty)$; В) $(10; +\infty)$; Г) $(-\infty; 10)$.
- 1.5. Відомо, що $a > b$. Порівняйте $0,1^a$ і $0,1^b$.
 А) $0,1^a > 0,1^b$; В) $0,1^a < 0,1^b$;
 Б) $0,1^a = 0,1^b$; Г) порівняти неможливо.
- 1.6. Яка із запропонованих функцій є непарною?
 А) $y = \sin x - 2$; В) $y = 3\cos x$;
 Б) $y = 2\sin x$; Г) $y = \cos x - 2$.
- 1.7. Для якої функції первісною є функція $F(x) = 3 - \cos x$?
 А) $f(x) = \sin x$; В) $f(x) = 3x - \sin x$;
 Б) $f(x) = -\sin x$; Г) $f(x) = \cos x$.
- 1.8. Знайдіть усі проміжки спадання функції $f(x) = x^3 - 12x$.
 А) $(-\infty; -2]$; В) $(-\infty; -2], [2; +\infty)$;
 Б) $[2; +\infty)$; Г) $[-2; 2]$.
- 1.9. Діагональ ромба утворює із стороною кут 40° . Знайдіть градусну міру гострого кута ромба.
 А) 20° ; Б) 40° ; В) 60° ; Г) 80° .
- 1.10. У трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$. Знайдіть BC , якщо $AB = 15$ см, $\sin \angle A = 0,6$.
 А) 8 см; Б) 9 см; В) 10 см; Г) 12 см.
- 1.11. Знайдіть площу повної поверхні конуса, радіус основи якого дорівнює 3 см, а твірна – 4 см.
 А) 21π см²; Б) 28π см²; В) 7π см²; Г) 63π см².

1.12. Який із запропонованих векторів перпендикулярний до вектора $\vec{a}(-2; 3; -1)$?

А) $\vec{t}(4; 0; -7)$;

В) $\vec{p}(4; 1; -5)$;

Б) $\vec{k}(1; 4; 9)$;

Г) $\vec{m}(2; -3; 1)$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Між якими двома послідовними цілими числами на числовій прямій міститься число $\log_{\frac{1}{2}} 11$?

2.2. Розв'яжіть рівняння $A_x^2 = 110$.

2.3. Матеріальна точка рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 6 - 0,2t$ (t вимірюється у секундах, v – у м/с). Знайдіть шлях, який пройшла точка за перші 10 с руху.

2.4. Двогранний кут при основі правильної трикутної піраміди дорівнює 45° . Відрізок, що сполучає середину висоти піраміди і середину її апофеми, дорівнює 2 см. Знайдіть об'єм піраміди.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. За перший тиждень туристи пройшли 30 км, що становить 60 % туристичного маршруту. Скільки кілометрів становить довжина маршруту?

А) 60 км; Б) 18 км; В) 180 км; Г) 50 км.

- 1.2. Перетворіть вираз $(3 - a)^2$ на многочлен.

А) $9 + a^2$; Б) $9 - a^2$; В) $9 + 6a + a^2$; Г) $9 - 6a + a^2$.

- 1.3. Зведіть дріб $\frac{3}{2x^2y}$ до знаменника $8x^6y$.

А) $\frac{12x^4y}{8x^6y}$; Б) $\frac{12x^3}{8x^6y}$; В) $\frac{12x^4}{8x^6y}$; Г) $\frac{3x^4}{8x^6y}$.

- 1.4. Розв'язком якої з наведених нерівностей є число -1 ?

А) $x^2 + 2x > 0$; В) $x^2 - x < 0$;
Б) $x^2 - 1 \geq 0$; Г) $x^2 + 4 \leq 0$.

- 1.5. Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{1}{2}$.

А) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

- 1.6. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{2^x - 16}$.

А) $(4; +\infty)$; В) $[8; +\infty)$;
Б) $[4; +\infty)$; Г) $(-\infty; +\infty)$.

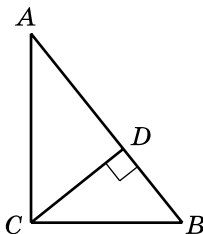
- 1.7. У коробці 40 кульок, половина з яких – білі. Навмання беруть одну кульку. Яка ймовірність того, що вона біла?

А) $\frac{1}{20}$; Б) $\frac{1}{4}$; В) $\frac{1}{40}$; Г) $\frac{1}{2}$.

- 1.8. Обчисліть $\int_0^2 2^x \ln 2 dx$.

А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.

- 1.9. CD – висота прямокутного трикутника, що проведена до гіпотенузи. Яка з рівностей правильна?



- А) $CD^2 = AC \cdot BC$; В) $CD^2 = AD \cdot AB$;
 Б) $CD^2 = AD \cdot DB$; Г) $CD^2 = BD \cdot AB$.
- 1.10. У трикутнику ABC $AB = 4\sqrt{3}$ см, $\angle C = 60^\circ$. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.
 А) $4\sqrt{2}$ см; Б) 8 см; В) 4 см; Г) 2 см.
- 1.11. Діаметр кулі дорівнює 10 см. Знайдіть площу великого круга кулі.
 А) 25π см²; Б) 100π см²; В) 36π см²; Г) 400π см².
- 1.12. Який багатокутник є основою призми, якщо вона має рівно 24 ребра?
 А) шестикутник; В) десятикутник;
 Б) восьмикутник; Г) дванадцятикутник.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, якщо $\cos\alpha = -0,6$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
- 2.2. Знайдіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\log_{\frac{1}{3}}(5 - x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(3 + x)$.
- 2.3. Знайдіть проміжки спадання функції $f(x) = xe^x$.
- 2.4. Осьовим перерізом циліндра є квадрат, діагональ якого дорівнює $6\sqrt{2}$ см. Паралельно осі циліндра проведено переріз, діагональ якого дорівнює 10 см. Знайдіть площу цього перерізу.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який із запропонованих дробів менший від 1?

- А) $\frac{3}{1}$; Б) $\frac{3}{2}$; В) $\frac{3}{3}$; Г) $\frac{3}{4}$.

1.2. Розв'яжіть рівняння $3x - 4 = 5 - (2x - 1)$.

- А) 0,4; Б) 2; В) 1,6; Г) 3.

1.3. Виконайте ділення $\frac{a}{8} : \frac{b}{4}$.

- А) $\frac{ab}{32}$; Б) $\frac{2b}{a}$; В) $\frac{a}{2b}$; Г) $\frac{2a}{b}$.

1.4. Не виконуючи побудови, знайдіть координати всіх точок перетину графіка функції $y = x^2 - 4$ з віссю абсцис.

- А) $(-2; 0)$, $(2; 0)$; Б) $(2; 0)$; В) $(0; -4)$; Г) $(-2; 0)$.

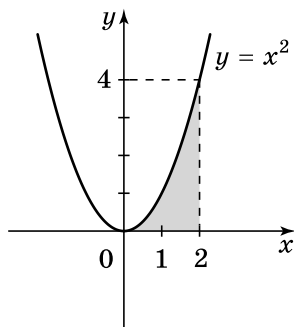
1.5. Для додатних чисел a і b відомо, що $a > b$. Порівняйте $\log_{0,8} a$ і $\log_{0,8} b$.

- А) $\log_{0,8} a > \log_{0,8} b$; В) $\log_{0,8} a < \log_{0,8} b$;
Б) $\log_{0,8} a = \log_{0,8} b$; Г) порівняти неможливо.

1.6. Внесіть множник з-під знака кореня $\sqrt[3]{135}$.

- А) $5\sqrt[3]{3}$; Б) $3\sqrt[3]{5}$; В) $27\sqrt[3]{5}$; Г) $9\sqrt[3]{5}$.

1.7. За якою формулою можна знайти площу заштрихованої на рисунку фігури?



- А) $\int_0^2 x^2 dx$; Б) $\int_0^4 x^2 dx$; В) $\int_0^2 2x dx$; Г) $\int_2^0 x^2 dx$.

- 1.8. У кошику 12 червоних, 5 зелених і 3 жовтих яблука. Навмання вибирають одне яблуко. Яка ймовірність того, що воно зелене або жовте?
А) 0,6; Б) 0,15; В) 0,25; Г) 0,4.
- 1.9. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її основи дорівнюють 2 см і 8 см.
А) 4 см; Б) 5 см; В) 6 см; Г) 7 см.
- 1.10. Чому дорівнює кутовий коефіцієнт прямої, що задана рівнянням $2x + 4y - 7 = 0$?
А) 2; Б) -2; В) $-\frac{1}{2}$; Г) $\frac{1}{2}$.
- 1.11. Знайдіть об'єм конуса, у якого діаметр основи дорівнює 8 см, а висота - 3 см.
А) $16\pi \text{ см}^3$; Б) $24\pi \text{ см}^3$; В) $48\pi \text{ см}^3$; Г) $12\pi \text{ см}^3$.
- 1.12. Основою піраміди є прямокутник зі сторонами 6 см і 8 см, а основою висоти піраміди є точка перетину діагоналей цього прямокутника. Знайдіть висоту піраміди, якщо її бічне ребро дорівнює 13 см.
А) 9 см; Б) 10 см; В) 11 см; Г) 12 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

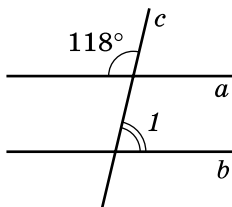
- 2.1. Розв'яжіть рівняння $4\sin^2 x - 4\cos x - 5 = 0$.
- 2.2. Знайдіть область визначення функції $y = \lg(3^x - 9^{0,25x+1})$.
- 2.3. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = e^{-x}$ у точці з абсцисою $x_0 = 0$.
- 2.4. Два відрізки впираються своїми кінцями у дві паралельні площини. Довжини відрізків дорівнюють 26 см і 30 см, а їхні проекції на одну з площин відносяться як 5:9. Знайдіть відстань між даними площинами.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Виконайте ділення $3\frac{3}{5} : 1\frac{1}{15}$.
А) $3\frac{1}{9}$; Б) $3\frac{3}{8}$; В) $3\frac{1}{15}$; Г) 3.
- 1.2. Розв'язком якої із систем є пара чисел $(-2; 2)$?
А) $\begin{cases} x = -y, \\ x - y = 0; \end{cases}$ В) $\begin{cases} x + y = 0, \\ y - x = 4; \end{cases}$
Б) $\begin{cases} x = -y, \\ x - y = 4; \end{cases}$ Г) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x = y. \end{cases}$
- 1.3. Запишіть число $329 \cdot 10^{-5}$ у стандартному вигляді.
А) $32,9 \cdot 10^{-4}$; В) $3,29 \cdot 10^{-7}$;
Б) $3,29 \cdot 10^{-5}$; Г) $3,29 \cdot 10^{-3}$.
- 1.4. Послідовність (a_n) – арифметична прогресія. Знайдіть різницю цієї прогресії, якщо $a_1 = 3$, $a_2 = 12$.
А) 9; Б) -9; В) 4; Г) $\frac{1}{4}$.
- 1.5. Якому з виразів тотожно дорівнює вираз $2\sin\alpha\cos\alpha$?
А) $\cos 2\alpha$; Б) $\sin 2\alpha$; В) $\sin 4\alpha$; Г) $\sin^2\alpha$.
- 1.6. Знайдіть x з умови $\lg x = \lg 6 + \lg 5 - \lg 3$.
А) 1; Б) 8; В) 10; Г) 180.
- 1.7. Дано $y = x^5$. Знайдіть $y'(-1)$.
А) -1; Б) 4; В) -5; Г) 5.
- 1.8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = \sin x$, $y = 0$,
 $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$.
А) $\frac{1}{2}$; Б) $1\frac{1}{2}$; В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 1.9. Сторона ромба дорівнює 4 см. Знайдіть площу ромба, якщо його гострий кут дорівнює 60° .
А) 8 см^2 ; Б) $8\sqrt{2} \text{ см}^2$; В) $8\sqrt{3} \text{ см}^2$; Г) 16 см^2 .

- 1.10. На рисунку прямі a і b паралельні, c – січна. Знайдіть градусну міру $\angle 1$.



- А) 52° ; Б) 62° ; В) 72° ; Г) 31° .
- 1.11. Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{a}(-2; 3; 1)$ і $\vec{b}(0; -2; 2)$.
- А) 4; Б) 2; В) -4; Г) -6.
- 1.12. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої основи, дорівнює $8\sqrt{3}$ см і утворює кут 60° із площиною нижньої основи. Знайдіть висоту циліндра.
- А) $4\sqrt{3}$ см; Б) 6 см; В) 8 см; Г) 12 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $2^{x+1} + 2^{3-x} = 17$.
- 2.2. На десяти картках записано натуральні числа від 1 до 10. Навмання беруть дві з них. Яка ймовірність того, що модуль різниці чисел на картках дорівнює 3?
- 2.3. Обчисліть значення виразу $\frac{\sqrt[8]{6^{16}}}{\sqrt[4]{\sqrt{90} - 3} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{90} + 3}}$.
- 2.4. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 6 см і 8 см. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під одним і тим самим кутом. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди, якщо її висота дорівнює 12 см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Коренем якого з рівнянь є число 2?

- А) $x + 9 = 18$; В) $12 - x = 6$;
Б) $12 : x = 7$; Г) $7x = 14$.

1.2. Подайте тричлен $4x^2 + 12xa + 9a^2$ у вигляді квадрата двочлена.

- А) $(2x - 3a)^2$; В) $(2a + 3x)^2$;
Б) $(2x + 3a)^2$; Г) $(4x + 9a)^2$.

1.3. Спростіть вираз $5\sqrt{3} - \sqrt{3}$.

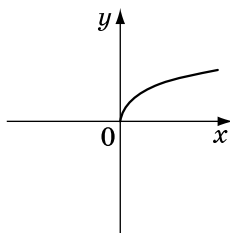
- А) $6\sqrt{3}$; Б) $5\sqrt{3}$; В) $4\sqrt{3}$; Г) $4\sqrt{9}$.

1.4. Ціна деякого товару знизилася з 50 грн. до 40 грн. На скільки відсотків знизилася ціна товару?

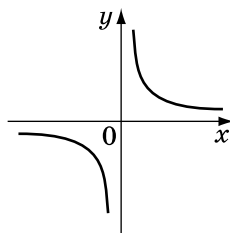
- А) 20 %; Б) 10 %; В) 25 %; Г) 15 %.

1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції $y = x^{-4}$?

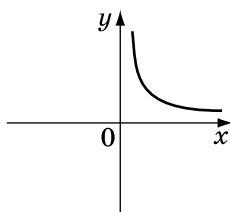
А)



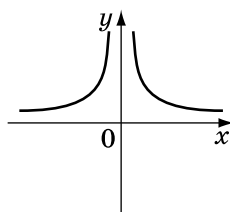
Б)



В)



Г)



1.6. Розв'яжіть рівняння $\sin 4x = \frac{1}{2}$.

- А) $(-1)^k \frac{\pi}{24} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $(-1)^k \frac{2\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $(-1)^k \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$; Г) $(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

1.7. З літер, написаних на окремих картках, складено слово АЛГЕБРА. Потім ці картки перевернули, перемішали і навмання взяли одну з них. Яка ймовірність того, що на ній написано літеру Б?

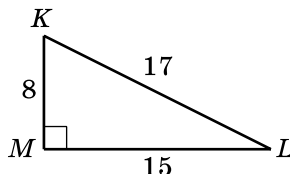
- А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{2}{7}$; В) $\frac{1}{7}$; Г) 1.

1.8. Дано $f(x) = \cos 4x$. Знайдіть $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

- А) -4; Б) -1; В) 0; Г) 4.

1.9. На рисунку зображено прямокутний трикутник KLM ($\angle M = 90^\circ$). Знайдіть $\cos \angle K$.

- А) $\frac{8}{15}$; Б) $\frac{8}{17}$; В) $\frac{15}{17}$; Г) $\frac{17}{8}$.



1.10. Який із запропонованих векторів колінеарний вектору $\vec{a}(-3; 1)$?

- А) $\vec{p}(3; 1)$; Б) $\vec{l}(-6; -2)$; В) $\vec{m}(6; -2)$; Г) $\vec{k}(-9; 2)$.

1.11. Сторона AD паралелограма $ABCD$ належить площині β , а сторона BC не належить цій площині. Скільки спільних точок мають пряма BC і площина β ?

- А) жодної; Б) одну; В) дві; Г) безліч.

1.12. Сферу, радіус якої дорівнює 5 см, перетнуто площиною на відстані 3 см від центра сфери. Знайдіть довжину лінії перетину сфери і площини.

- А) 4π см; Б) 6π см; В) 8π см; Г) 10π см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Дослідіть функцію $f(x) = x^5 + \cos x$ на парність.

2.2. Розв'яжіть рівняння $\log_5 x - 2\log_x 5 = 1$.

2.3. Обчисліть $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) dx$.

2.4. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з гострим кутом 60° і стороною 2 дм. Більша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 30° . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

Частина перша

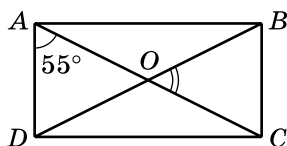
Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{5}{8} = \frac{x}{16}$.
 А) 12; Б) 10; В) 25,6; Г) 6.
- 1.2. Знайдіть суму многочленів $(2x - 7) + (3 + 5x)$.
 А) $11x$; Б) $7x + 4$; В) $3x$; Г) $7x - 4$.
- 1.3. Розв'яжіть бікватратне рівняння $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.
 А) -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; В) -2 ; 2 ;
 Б) 1 ; 2 ; Г) рівняння не має розв'язків.
- 1.4. Яке із запропонованих чисел є розв'язком системи нерівностей $\begin{cases} x \geq -3, \\ x < 0,5? \end{cases}$
 А) -2 ; Б) 2 ; В) 1 ; Г) $-3,8$.
- 1.5. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{2}{3}$.
 А) $(-\infty; -1)$; Б) $(-1; +\infty)$; В) $(-\infty; 1)$; Г) $(1; +\infty)$.
- 1.6. Спростіть вираз $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$.
 А) $\frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}$; В) $\cos \alpha - \sin \alpha$;
 Б) $\cos \alpha + \sin \alpha$; Г) $\sin \alpha - \cos \alpha$.
- 1.7. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = x^5$.
 А) $F(x) = 5x^4 + C$; В) $F(x) = \frac{x^6}{6}$;
 Б) $F(x) = 5x^4$; Г) $F(x) = \frac{x^6}{6} + C$.
- 1.8. Яка з наведених функцій зростає на $(-\infty; +\infty)$?
 А) $f(x) = x^3 + x$; В) $f(x) = x^2 - x$;
 Б) $f(x) = x^2 + x$; Г) $f(x) = x^4 - x$.

1.9. У трикутнику проти сторони a лежить кут 40° , а проти сторони b – кут 20° . Яка з рівностей правильна?

- А) $\frac{a}{40^\circ} = \frac{b}{20^\circ}$; В) $\frac{a}{\cos 40^\circ} = \frac{b}{\cos 20^\circ}$;
 Б) $\frac{a}{\sin 40^\circ} = \frac{b}{\sin 20^\circ}$; Г) $\frac{a}{\sin 20^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ}$.

1.10. Діагоналі прямокутника $ABCD$ перетинаються в точці O , $\angle DAC = 55^\circ$. Знайдіть градусну міру кута BOC .



- А) 60° ; Б) 65° ; В) 70° ; Г) 80° .

1.11. Прямокутник зі сторонами 4 см і 6 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть довжину радіуса утвореного циліндра.

- А) 2 см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) 8 см.

1.12. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 7 см, а діагональ однієї з бічних граней – 5 см. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

- А) 140 см^3 ; Б) 105 см^3 ; В) 63 см^3 ; Г) 84 см^3 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз $\log_b a^2 \cdot \log_a \sqrt{b^5}$, якщо $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$.
- 2.2. Скількома способами 8 туристів можна розподілити між двома чотиримісними човнами?
- 2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = 6x$ і $y = 3x^2$.
- 2.4. Площини γ і β паралельні. Через точку K , яка лежить між цими площинами, проведено прямі a і b , які перетинають площину γ у точках A_1 і B_1 , а площину β – у точках A_2 і B_2 . Знайдіть довжину відрізка A_2B_2 , якщо $A_1B_1 = 12$ см і $B_1K : BB_1 = 2 : 3$.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених чисел є простим?

- А) 18; Б) 12; В) 11; Г) 10.

1.2. $\left(\frac{c}{2} - b^2\right)\left(\frac{c^2}{4} + \frac{cb^2}{2} + b^4\right) = \dots$

- А) $\frac{c^3}{8} - b^3$; Б) $\frac{c^3}{8} - b^6$; В) $\frac{c^3}{8} + b^6$; Г) $\frac{c^2}{4} - b^4$.

1.3. Подайте у вигляді дробу $\frac{4m}{5a} + \frac{m}{5a}$.

- А) $\frac{3m}{5a}$; Б) $\frac{5m}{10a}$; В) $\frac{a}{m}$; Г) $\frac{m}{a}$.

1.4. Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2x - 3 > 0$.

- А) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$; В) $(-3; 1)$;
Б) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$; Г) $(-1; 3)$.

1.5. Скільки коренів має рівняння $\cos x = 0,8$?

- А) жодного; Б) один; В) два; Г) безліч.

1.6. При якому значенні a графік функції $y = a^x$ проходить через точку $M(-1; 2)$?

- А) 2; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{1}{4}$; Г) 4.

1.7. Підкидають гральний кубик. Яка ймовірність того, що випаде 5 очок?

- А) $\frac{1}{6}$; Б) $\frac{1}{5}$; В) $\frac{5}{6}$; Г) $\frac{1}{2}$.

1.8. Знайдіть невизначений інтеграл $\int (3\cos x - 2\sin x)dx$.

- А) $-3\sin x + 2\cos x + C$; В) $3\sin x + 2\cos x + C$;
Б) $-3\sin x - 2\cos x + C$; Г) $3\sin x - 2\cos x + C$.

1.9. Знайдіть відстань від початку координат до точки $M(4; -3)$.

- А) 1; Б) 3; В) 4; Г) 5.

1.10. O – точка перетину діагоналей трапеції $ABCD$ з основами AB і CD . $AB = 12$ см, $CD = 4$ см, $DO = 1$ см. Знайдіть OB .

- А) 2 см; Б) 3 см; В) 4 см; Г) 6 см.

1.11. Площини прямокутників $ABCD$ і $ABKL$ перпендикулярні. Скільки спільних точок мають пряма BL і площина ACD ?

- А) жодної; В) безліч;
Б) одну; Г) неможливо визначити.

1.12. Діагональ осцевого перерізу циліндра дорівнює 13 см, а висота – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

- А) $60\pi \text{ см}^2$; Б) $30\pi \text{ см}^2$; В) $132\pi \text{ см}^2$; Г) $66\pi \text{ см}^2$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\frac{\sin 15\alpha - \sin \alpha + \sin 7\alpha}{\cos 15\alpha + \cos \alpha + \cos 7\alpha}$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2x) > -1$.

2.3. Знайдіть найбільше значення функції $f(x) = 2x^2 - x^4 + 6$ на відрітку $[-2; 1]$.

2.4. Основою похилої призми є квадрат зі стороною 6 см. Одна з вершин верхньої основи рівновіддалена від усіх вершин нижньої основи. Знайдіть об'єм призми, якщо бічне ребро її утворює з площиною основи кут 45° .

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть значення виразу $-10 : (-1 - (-3))$.

- А) -5 ; Б) $2,5$; В) $-2,5$; Г) 5 .

1.2. Яке із запропонованих рівнянь не є лінійним рівнянням?

- А) $-2x = -17$; Б) $0x = 17$; В) $17x = 0$; Г) $17x^2 = 0$.

1.3. Виконайте множення $\frac{a^2 - b^2}{15m^2c} \cdot \frac{5mc}{a + b}$.

- А) $\frac{a + b}{3m}$; Б) $\frac{a - b}{3m}$; В) $\frac{3a - 3b}{m}$; Г) $\frac{am - bm}{3}$.

1.4. Графіком якої з функцій є парабола, вітки якої направлені вгору?

- А) $y = -x^2 - 2x$; В) $y = 3x^2 - 2x$;
Б) $y = -3x^2 - 2x$; Г) $y = 3x - 2$.

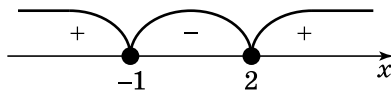
1.5. Яка з наведених функцій є спадною на $(0; +\infty)$?

- А) $y = \lg x$; В) $y = \log_{\frac{1}{5}} x$;
Б) $y = \log_5 x$; Г) $y = \log_{1,5} x$.

1.6. Обчисліть $\left(\frac{1}{9}\right)^{-1,5}$.

- А) $\frac{1}{27}$; Б) 27 ; В) -27 ; Г) 3 .

1.7. Знак похідної функції $y = f(x)$, визначеної на R , змінюється за схемою, зображеною на рисунку. Визначте всі точки максимуму функції.



- А) немає точок максимуму; В) 2 ;
Б) -1 ; 2 ; Г) -1 .

1.8. Скільки можна скласти різних двоцифрових натуральних чисел, у запису яких є тільки непарні цифри, якщо цифри в числі можуть повторюватися?

- А) 25 ; Б) 36 ; В) 20 ; Г) 10 .

1.9. Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює 4 см.

А) $8\pi \text{ см}^2$; Б) $16\pi \text{ см}^2$; В) $4\pi \text{ см}^2$; Г) $32\pi \text{ см}^2$.

1.10. Основи трапеції відносяться як 2 : 3, а її середня лінія дорівнює 20 см. Знайдіть довжину меншої основи трапеції.

А) 8 см; Б) 12 см; В) 16 см; Г) 24 см.

1.11. У чотирикутній призмі площа основи дорівнює 3 см^2 , а площа кожної з бічних граней – 5 см^2 . Знайдіть площу повної поверхні призми.

А) 8 см^2 ; Б) 20 см^2 ; В) 23 см^2 ; Г) 26 см^2 .

1.12. Об'єм циліндра дорівнює $45\pi \text{ см}^3$, а діаметр його основи – 6 см. Знайдіть висоту циліндра.

А) 5 см; Б) 7,5 см; В) 1,25 см; Г) 15 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння $\sin x + \sin 5x = \sqrt{5} \cos 2x$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{3-2x} \geq 9^{4x+3}$.

2.3. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{\ln x}{3-x}$ у точці $x_0 = 1$.

2.4. Модуль вектора $\vec{a}(2; m-5; -6)$ дорівнює 7. Знайдіть m .

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $9 \cdot (7 + 5 \cdot 2)$.

- А) 153; Б) 216; В) 73; Г) 26.

1.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ x - 2y = -1. \end{cases}$

- А) (2; 3); Б) (4; 1,5); В) (3; 2); Г) (3; 5).

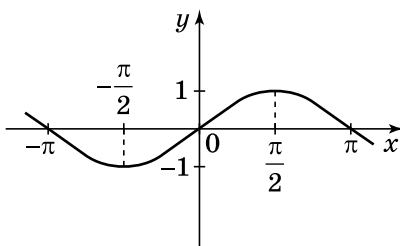
1.3. Спростіть $b^{30} : b^5$.

- А) b^6 ; Б) b^{25} ; В) b^{35} ; Г) b^{150} .

1.4. (b_n) – геометрична прогресія, $b_1 = 16$, $q = -\frac{1}{2}$. Знайдіть b_6 .

- А) $\frac{1}{2}$; Б) $-\frac{1}{2}$; В) -1 ; Г) 1.

1.5. Графік якої із запропонованих функцій зображено на рисунку?



- А) $y = \sin x$; Б) $y = \cos x$; В) $y = \operatorname{tg} x$; Г) $y = \operatorname{ctg} x$.

1.6. Розв'яжіть нерівність $\log_3(x + 1) \geq \log_3(3 - x)$.

- А) $[1; +\infty)$; Б) $[1; 3]$; В) $[1; 3]$; Г) $(3; +\infty)$.

1.7. Знайдіть похідну функції $y = x^7 - \cos x$.

- А) $7x^6 - \sin x$; Б) $\frac{x^8}{8} + \sin x$; В) $x^7 + \sin x$; Г) $7x^6 + \sin x$.

1.8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = 2x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$.

- А) 6; Б) 8;
В) 7; Г) 9.

- 1.9. Промінь PK проходить між сторонами $\angle APB$, $\angle APK = 25^\circ$, $\angle KPB = 35^\circ$. Знайдіть градусну міру $\angle APB$.
 А) 10° ; Б) 20° ; В) 30° ; Г) 60° .
- 1.10. Довжина кола дорівнює 6π см. Знайдіть площу круга, який обмежується цим колом.
 А) 3π см²; Б) 9π см²; В) 36π см²; Г) 9 см².
- 1.11. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні розміри якого дорівнюють 3 см, 4 см і 5 см.
 А) 48 см³; Б) 120 см³; В) 60 см³; Г) 94 см³.
- 1.12. Прямі a і b паралельні у просторі, а пряма c перетинає пряму a . Як можуть бути розташовані прямі b і c ? Виберіть правильне твердження.
 А) прямі b і c можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;
 Б) прямі b і c можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;
 В) прямі b і c можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;
 Г) прямі b і c можуть перетинатися або бути мимобіжними, не можуть бути паралельними.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $4 \cdot 3^{2x} + 3^x \cdot 4^x - 3 \cdot 4^{2x} = 0$.
- 2.2. З натуральних чисел від 1 до 30 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30 ?
- 2.3. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2 + \sqrt{x - 1}} = 3$.
- 2.4. Хорда, що лежить в основі циліндра, дорівнює $3\sqrt{3}$ см і стягує дугу 120° . Відрізок, що сполучає один з кінців хорди із центром іншої основи, утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть $\frac{2}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$.
А) $\frac{3}{2}$; Б) $\frac{10}{9}$; В) $1\frac{9}{10}$; Г) $\frac{9}{10}$.
- 1.2. Винесіть за дужки спільний множник у виразі $6x + 4$.
А) $6(x + 4)$; Б) $4(2x + 1)$; В) $2(3x + 2)$; Г) $2(3x - 2)$.
- 1.3. Обчисліть $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09}$.
А) 1,5; Б) 1,1; В) 0,1; Г) -0,2.
- 1.4. Виміряли (у см) зріст п'яти одинадцятикласників і отримали такі дані: 175, 172, 182, 180, 181. Знайдіть середнє значення отриманих даних.
А) 177 см; Б) 182 см; В) 180 см; Г) 178 см.
- 1.5. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[4]{x} = 2$.
А) $\sqrt[4]{2}$; Б) 16; В) 16 або -16; Г) рівняння не має розв'язків.
- 1.6. Знайдіть область визначення функції $y = \arcsin(x - 2)$.
А) $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$; В) x – будь-яке число;
Б) $(1; 3)$; Г) $[1; 3]$.
- 1.7. На тарілці лежать 5 яблук і 4 груші. Скількома способами з тарілки можна взяти одне яблуко і одну грушу?
А) 9; Б) 12; В) 16; Г) 20.
- 1.8. Знайдіть похідну функції $y = \sin 4x$.
А) $\cos 4x$; Б) $\frac{1}{4}\cos 4x$; В) $4\cos 4x$; Г) $-4\cos 4x$.
- 1.9. Яка точка симетрична точці $(-1; 2)$ відносно початку координат?
А) $(1; -2)$; Б) $(-1; -2)$; В) $(2; -1)$; Г) $(1; 2)$.
- 1.10. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 8 см, а кут при основі становить 75° . Знайдіть площу трикутника.
А) 8 см^2 ; Б) 16 см^2 ; В) 32 см^2 ; Г) $16\sqrt{3} \text{ см}^2$.

- 1.11.** Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
 А) 30 см^2 ; Б) 15 см^2 ; В) 60 см^2 ; Г) 45 см^2 .
- 1.12.** Пряма a перпендикулярна до площини α , а пряма b перетинає площину α , але не є перпендикулярною до неї. Як можуть бути розташовані прямі a і b ? Виберіть правильне твердження.
 А) прямі a і b можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;
 Б) прямі a і b можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;
 В) прямі a і b можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;
 Г) прямі a і b можуть перетинатися або можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Дослідіть функцію $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1)^2$ на парність.
- 2.2.** Розв'яжіть рівняння $2\log_3(x - 1) = \log_3(4x + 1)$.
- 2.3.** Знайдіть невизначений інтеграл $\int \left(e^{x-1} - \frac{1}{\cos^2 4x} \right) dx$.
- 2.4.** Через вершину конуса проведено площину під кутом 45° до площини основи. Ця площина перетинає основу по хорді завдовжки $12\sqrt{3}$ см, яку видно із центра основи під кутом 120° . Знайдіть об'єм конуса.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $3,9 + 5,3$.

- А) 8,12; Б) 8,93; В) 8,2; Г) 9,2.

1.2. Знайдіть різницю многочленів $(2x^2 - 3x + 5) - (2x^2 - 5x - 1)$.

- А) $2x + 6$; В) $4x^2 - 8x + 4$;
Б) $2x - 6$; Г) $-2x + 6$.

1.3. Чому дорівнює добуток коренів рівняння $x^2 + 3x - 4 = 0$?

- А) 4; Б) -4; В) 3; Г) -3.

1.4. Відомо, що $a > b$, $0 < b$, $0 > c$. Розташуйте в порядку зростання числа a , b , c , 0 .

- А) c , b , 0 , a ; В) c , 0 , b , a ;
Б) a , b , 0 , c ; Г) 0 , c , b , a .

1.5. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{3}$.

- А) $(-\infty; 1]$; Б) $[1; +\infty)$; В) $(-\infty; 1)$; Г) $(1; +\infty)$.

1.6. Спростіть вираз $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$.

- А) $\cos\alpha$; Б) $\sin\alpha$; В) $-\sin\alpha$; Г) $-\cos\alpha$.

1.7. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = x^7$.

- А) $F(x) = 7x^6 + C$; В) $F(x) = \frac{x^8}{8}$;
Б) $F(x) = 7x^6$; Г) $F(x) = \frac{x^8}{8} + C$.

1.8. Знайдіть тангенс кута нахилу до осі абсцис дотичної до графіка функції $f(x) = x^4$ в точці з абсцисою -1 .

- А) 1; Б) -4; В) 4; Г) інша відповідь.

1.9. Сума трьох сторін квадрата дорівнює 18 см. Знайдіть периметр квадрата.

- А) 6 см; Б) 12 см; В) 18 см; Г) 24 см.

1.10. Сторона ромба дорівнює 13 см, а одна з його діагоналей -24 см. Знайдіть другу діагональ ромба.

- А) $\sqrt{407}$ см; Б) $\sqrt{313}$ см; В) 10 см; Г) 5 см.

1.11. Радіус основи циліндра дорівнює 3 см, а висота – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

А) $15\pi \text{ см}^2$; Б) $30\pi \text{ см}^2$; В) $75\pi \text{ см}^2$; Г) $45\pi \text{ см}^2$.

1.12. Знайдіть довжину вектора \overline{AB} , якщо $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 8; 0)$.

А) 3; Б) 5; В) 7; Г) 8.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Обчисліть $\log_6 \left(2 \log_5 \sqrt{5} \right) + 4^{\frac{1}{2} \log_4 9}$.

2.2. Розв'яжіть рівняння $C_x^2 = 66$.

2.3. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 6t - 0,3t^2$ (м/с). Знайдіть шлях, який пройшло тіло від початку руху до зупинки.

2.4. Основою піраміди є прямокутник зі сторонами 12 см і 16 см. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 26 см. Знайдіть об'єм піраміди.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Тракторист зорав 8 га, що становить 40 % поля. Знайдіть площу поля.

- А) 5 га; Б) 20 га; В) 200 га; Г) 32 га.

1.2. $(c - 6)^2 = \dots$

- А) $c^2 - 12c - 36$; В) $c^2 + 12c + 36$;
Б) $c^2 - 12c + 36$; Г) $c^2 + 12c - 36$.

1.3. Спростіть вираз $\frac{4x-3}{x-2} + \frac{2x+1}{2-x}$.

- А) 1; Б) $x - 1$; В) 2; Г) $\frac{x+2}{x-2}$.

1.4. Розв'язком якої нерівності є число 1?

- А) $x^2 + x \leq 0$; В) $x^2 - x + 1 \leq 0$;
Б) $x^2 + x - 1 < 0$; Г) $x^2 - x \geq 0$.

1.5. Чому дорівнює $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?

- А) $\frac{\pi}{4}$; Б) $-\frac{3\pi}{4}$; В) $\frac{3\pi}{4}$; Г) $-\frac{\pi}{4}$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $4^{x-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$.

- А) -1; Б) 1; В) -3; Г) x – будь-яке число.

1.7. Яка із чотирьох наведених подій є випадковою?

- А) при температурі 0 °С вода замерзне;
Б) після понеділка настане вівторок;
В) у березні 31 день;
Г) при підкиданні кубика випаде 6 очок.

1.8. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = 8x^7$.

- А) $F(x) = \frac{x^8}{8} + C$; В) $F(x) = 56x^6$;
Б) $F(x) = x^8 + C$; Г) $F(x) = 56x^6 + C$.

- 1.9. Трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ подібні; $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{3}$. Знайдіть відношення $\frac{B_1C_1}{BC}$.
- А) 2 : 3; Б) 3 : 2; В) 5 : 2; Г) 3 : 5.
- 1.10. У трикутнику ABC $AB = 1$ см, $BC = 2$ см, $AC = \sqrt{3}$ см. Обчисліть середній за величиною кут трикутника.
- А) 30° ; Б) 45° ; В) 60° ; Г) 75° .
- 1.11. Радіус сфери дорівнює 6 см. Якою не може бути відстань між двома довільними точками сфери?
- А) 5 см; Б) 11 см; В) 12 см; Г) 13 см.
- 1.12. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 6 см, а діагональ паралелепіпеда – 7 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
- А) 72 см^2 ; Б) 54 см^2 ; В) 36 см^2 ; Г) 108 см^2 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз $\cos(\pi + \alpha)\cos(\alpha - 2\pi) + \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$.
- 2.2. При яких значеннях x функція $f(x) = 1 - \lg(x - 3)$ набуває додатних значень?
- 2.3. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = \frac{3 - x^2}{x + 2}$.
- 2.4. Діагональ перерізу циліндра, який паралельний його осі, дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 30° . Переріз відтинає від кола основи дугу 120° . Знайдіть радіус основи циліндра.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який з наведених дробів є правильним?

- А) $\frac{7}{3}$; Б) $\frac{7}{7}$; В) $\frac{3}{7}$; Г) $\frac{3}{1}$.

1.2. Розв'яжіть рівняння $-9x + 1,5 = -\frac{1}{4}x + 5$.

- А) 0,6; Б) $-\frac{1}{4}$; В) -0,4; Г) -0,6.

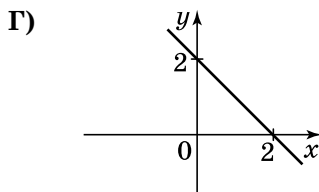
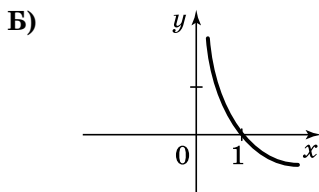
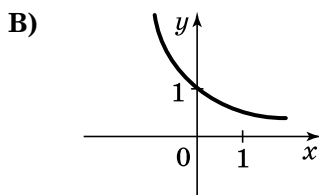
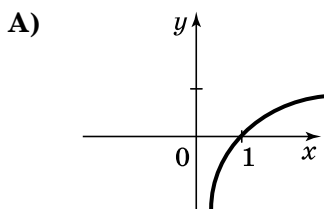
1.3. Подайте вираз $\left(-\frac{2}{y^2}\right)^3$ у вигляді дробу.

- А) $\frac{8}{y^6}$; Б) $-\frac{8}{y^6}$; В) $-\frac{6}{y^5}$; Г) $-\frac{8}{y^5}$.

1.4. Знайдіть нулі функції $y = 7x^2 - 9x$.

- А) 0; $-1\frac{2}{7}$; Б) 0; $-\frac{7}{9}$; В) 0; $\frac{7}{9}$; Г) 0; $1\frac{2}{7}$.

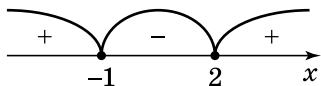
1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}} x$?



1.6. Обчисліть $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} + \sqrt[5]{\frac{1}{32}} - \sqrt{\frac{1}{16}}$.

- А) 0; Б) $\frac{1}{2}$; В) $-\frac{1}{2}$; Г) $-\frac{1}{4}$.

- 1.7. Знак похідної функції $y = f(x)$, визначеної на R , змінюється за схемою, зображеною на рисунку. Визначте всі проміжки, на яких функція зростає.



- А) $[-1; 2]$, $[2; +\infty)$; В) $(-\infty; -1]$, $[2; +\infty)$;
 Б) $[2; +\infty)$; Г) $[-1; 2]$.
- 1.8. У коробці 6 синіх, 3 червоні і 1 зелена ручка. Навмання беруть одну з них. Яка ймовірність того, що вона – не синя?
- А) $\frac{1}{10}$; Б) $\frac{3}{10}$; В) $\frac{3}{5}$; Г) $\frac{2}{5}$.
- 1.9. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 7 см і 9 см, а бічна сторона – 5 см. Знайдіть периметр трапеції.
- А) 21 см; Б) 26 см; В) 28 см; Г) 30 см.
- 1.10. Знайдіть точку перетину прямої $2x - 3y + 6 = 0$ з віссю абсцис.
- А) $(-3; 0)$; Б) $(3; 0)$; В) $(0; 2)$; Г) $(2; 0)$.
- 1.11. Об'єм циліндра дорівнює $250\pi \text{ см}^3$, а його висота – 10 см. Знайдіть площу основи циліндра.
- А) $25\pi \text{ см}^2$; Б) $5\pi \text{ см}^2$; В) $10\pi \text{ см}^2$; Г) $15\pi \text{ см}^2$.
- 1.12. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює $4\sqrt{3}$ см, а висота – 7 см. Знайдіть площу перерізу піраміди, що проходить через її висоту і бічне ребро.
- А) $28\sqrt{3} \text{ см}^2$; Б) $14\sqrt{3} \text{ см}^2$; В) 42 см^2 ; Г) 21 см^2 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\cos 6x = \cos 2x$.
- 2.2. Розв'яжіть нерівність $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$.
- 2.3. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^2 + 2x + 3$ в точці з абсцисою $x_0 = 1$.
- 2.4. Хорда основи конуса дорівнює 6 см і стягує дугу 90° . Через цю хорду і вершину конуса проведено переріз. Знайдіть його площу, якщо висота конуса дорівнює 4 см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $36 : 2\frac{2}{3}$.

- А) $18\frac{2}{3}$; Б) 96; В) $13\frac{1}{2}$; Г) 54.

1.2. Яка пара чисел є розв'язком системи $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x - y = 4? \end{cases}$

- А) $(-1; 3)$; Б) $(3; -1)$; В) $(-1; 1)$; Г) $(-3; 1)$.

1.3. Спростіть вираз $\frac{x^4 x^{-2}}{x^2}$.

- А) 1; Б) x ; В) x^6 ; Г) x^{-4} .

1.4. Послідовність (y_n) задано формулою $y_n = 2n - 1$. Знайдіть y_7 .

- А) 7; Б) 9; В) 13; Г) 15.

1.5. Спростіть вираз $1 - \cos^2 \alpha$.

- А) $\sin \alpha$; Б) $\sin^2 \alpha$; В) $-\sin^2 \alpha$; Г) -1 .

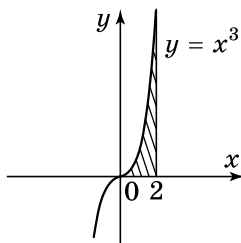
1.6. Знайдіть область визначення функції $y = \lg(3x - x^2)$.

- А) $(0; 3)$; В) $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$;
Б) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; Г) $[0; 3]$.

1.7. Знайдіть $y'\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, якщо $y = \sin x$.

- А) 1; Б) -1 ; В) 0; Г) $\frac{1}{2}$.

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



- А) 8; Б) 4; В) 2; Г) 16.

- 1.9. Знайдіть площу трикутника, одна з сторін якого дорівнює 6 см, а висота, що проведена до цієї сторони, – 7 см.
 А) 42 см^2 ; Б) 24 см^2 ; В) $10,5 \text{ см}^2$; Г) 21 см^2 .
- 1.10. Один із суміжних кутів на 20° менший за інший. Знайдіть більший із суміжних кутів.
 А) 70° ; Б) 80° ; В) 100° ; Г) 120° .
- 1.11. Знайдіть модуль вектора $\vec{a}(-2; 1; 2)$.
 А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.
- 1.12. Радіус основи циліндра дорівнює 3 см, а висота – 8 см. Знайдіть діагональ осового перерізу циліндра.
 А) $\sqrt{73}$ см; Б) 10 см; В) $2\sqrt{7}$ см; Г) $\sqrt{55}$ см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $4^{x^2-3x} = 5^{3x-x^2}$.
- 2.2. Підкидають одночасно два гральних кубики. Знайдіть імовірність того, що сума очок на кубиках виявиться меншою за 5.
- 2.3. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{11 - \sqrt{x+1}} = 2$.
- 2.4. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює кут 45° з площиною основи. Знайдіть апофему піраміди.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Яке із чисел є коренем рівняння $x + 2 = 4 - x$?
А) -1 ; Б) 0 ; В) 1 ; Г) 2 .
- 1.2. Розкладіть на множники вираз $9p^3 - 27p^2$.
А) $9p^3(1 - 3p)$; В) $27p^2(p - 1)$;
Б) $9p^2(p + 3)$; Г) $9p^2(p - 3)$.
- 1.3. Який з виразів не має змісту на множині дійсних чисел?
А) $\sqrt{1}$; Б) $\sqrt{-1}$; В) $\sqrt{0}$; Г) $\sqrt{17}$.
- 1.4. При обробці 40 т рису отримали 32 т крупи. Знайдіть відсоток виходу крупи при обробці рису.
А) 60 %; Б) 70 %; В) 80 %; Г) 90 %.
- 1.5. Розв'язком якої з нерівностей є число 64?
А) $\sqrt{x} > 8$; Б) $\sqrt[3]{x} \geq 8$; В) $\sqrt[3]{x} \leq 4$; Г) $\sqrt[3]{x} < 4$.
- 1.6. Розв'яжіть рівняння $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$.
А) $\pi + 2\pi k, k \in Z$; В) $\frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$;
Б) $\frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in Z$; Г) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$.
- 1.7. Знайдіть моду вибірки 2; 1; 3; 2; 7; 4; 8; 2; 7.
А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 7.
- 1.8. Розв'яжіть нерівність $f'(x) > 0$, де $f(x) = x^2 - 2x$.
А) $(1; +\infty)$; Б) $(2; +\infty)$; В) $(-\infty; 1)$; Г) $[1; +\infty)$.
- 1.9. Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють 6 см і 8 см.
А) $2\sqrt{7}$ см; Б) 7 см; В) 9 см; Г) 10 см.
- 1.10. Серед точок $P(-2; 5)$, $M(-2; -5)$, $K(5; -2)$, $L(2; -5)$ укажіть пару точок, симетричних відносно осі ординат.
А) M і P ; Б) M і L ; В) P і K ; Г) K і L .

1.11. Яке з тверджень правильне?

- А)** через три точки завжди можна провести лише одну площину;
- Б)** через три точки завжди можна провести лише дві площини;
- В)** через три точки завжди можна провести безліч площин;
- Г)** через три точки можна провести одну або безліч площин.

1.12. Твірна конуса дорівнює 8 см і утворює кут 60° з висотою. Знайдіть площу осевого перерізу конуса.

- А)** $16\sqrt{3}$ см²;
- Б)** $32\sqrt{3}$ см²;
- В)** 32 см²;
- Г)** інша відповідь.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt{x-2}} + \frac{3}{x^2-3x}.$$

2.2. Розв'яжіть рівняння $\log_5^2(x-2) - 2\log_5(x-2) - 3 = 0$.

2.3. Знайдіть визначений інтеграл $\int_0^1 (2x-1)^4 dx$.

2.4. Основою прямої призми є ромб з тупим кутом 150° . Площа бічної поверхні призми дорівнює 96 см², а площа її повної поверхні – 132 см². Знайдіть висоту призми.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Відношення 20 : 15 дорівнює...

- А) 3 : 4; Б) 10 : 5; В) 5 : 3; Г) 4 : 3.

1.2. Який з виразів є одночленом?

- А) $7m + n$; Б) $7mn$; В) $7m - n$; Г) $7(m - n)$

1.3. Розв'яжіть рівняння $5x - \frac{12}{7}x^2 = 0$.

- А) $\frac{12}{35}$; Б) $\frac{35}{12}$; В) 0; $\frac{35}{12}$; Г) 0; $\frac{12}{35}$.

1.4. Якщо $a > b$ і $b > 0$, то...

- А) $a > 0$; Б) $a \leq 0$; В) $b > a$; Г) $2a < 2b$.

1.5. Розв'яжіть рівняння $4^{x-2} = 4^{3x}$.

- А) 1; Б) 3;
Б) -1; Г) рівняння не має розв'язків.

1.6. Знайдіть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,6$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- А) $-\sqrt{0,4}$; Б) 0,8; В) -0,8; Г) інша відповідь.

1.7. Яка з функцій є первісною для функції $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$?

- А) $-\operatorname{tg} x + C$; Б) $-\operatorname{ctg} x + C$; В) $\operatorname{tg} x + C$; Г) $\operatorname{ctg} x + C$.

1.8. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $f(x) = x^2 - 1$ у точці з абсцисою $x_0 = 3$.

- А) 8; Б) 7; В) 6; Г) 2.

1.9. У $\triangle ABC$ $BC = 5$ см, $CA = 8$ см, $\angle C = 60^\circ$. Знайдіть AB .

- А) $\sqrt{89}$ см; Б) $\sqrt{39}$ см; В) 7 см; Г) 6 см.

1.10. Один з кутів паралелограма на 10° менший за інший. Знайдіть градусну міру гострого кута паралелограма.

- А) 10° ; Б) 75° ; В) 85° ; Г) 95° .

1.11. Прямокутник зі сторонами 5 см і 6 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть довжину діаметра утвореного циліндра.

- А) 5 см; Б) 10 см; В) 6 см; Г) 12 см.

1.12. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють $4\sqrt{3}$ см і 5 см та утворюють між собою кут 60° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 10 см.

- А) 300 см^3 ; В) 150 см^3 ;
Б) $200\sqrt{3} \text{ см}^3$; Г) $100\sqrt{3} \text{ см}^3$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Знайдіть значення виразу $1000^{\lg 3 - \lg 6} - \log_2 \cos 60^\circ$.
- 2.2.** Скількома способами групу з 8 учнів можна розподілити для участі у олімпіадах з математики і фізики, якщо в олімпіаді з математики можуть узяти участь 5 учнів, а в олімпіаді з фізики – 3?
- 2.3.** Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = 3x^2$ і $y = 1 - 2x$.
- 2.4.** З точки A до площини α проведено дві рівні похилі по 4 см кожна. Кут між похилими дорівнює 60° , а кут між їхніми проекціями – прямий. Знайдіть відстань від точки A до площини α .

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених чисел є дільником числа 12?

- А) 7; Б) 6; В) 24; Г) 9.

1.2. Спростіть вираз $\left(\frac{a}{2} + 0,6b\right)\left(0,6b - \frac{a}{2}\right)$.

- А) $3,6b^2 - \frac{a^2}{4}$; В) $0,36b^2 - \frac{a^2}{4}$;
Б) $0,36b^2 + \frac{a^2}{4}$; Г) $\frac{a^2}{4} - 0,36b^2$.

1.3. Скоротіть дріб $\frac{12am}{6ap}$.

- А) $\frac{2m}{p}$; Б) $\frac{m}{p}$; В) $\frac{m}{2p}$; Г) $\frac{2am}{p}$.

1.4. Розв'яжіть нерівність $x^2 - 3x - 4 \leq 0$.

- А) $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$; В) $(-1; 4)$;
Б) $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$; Г) $[-1; 4]$.

1.5. Скільки розв'язків має рівняння $\sin x = 1,3$?

- А) один; Б) два; В) безліч; Г) жодного.

1.6. Розв'яжіть рівняння $(2^{x-6})^{x-3} = \frac{1}{4}$.

- А) 5; -4; Б) 5; 4; В) -4; 5; Г) -4; -5.

1.7. Підкинули гральний кубик. Яка ймовірність того, що випаде парне число?

- А) $\frac{1}{3}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{5}{6}$; Г) $\frac{2}{3}$.

1.8. Знайдіть невизначений інтеграл $\int \left(4x^3 - \frac{1}{x}\right) dx$.

- А) $x^4 - \ln|x| + C$; В) $12x^2 + \frac{1}{x^2} + C$;
Б) $x^4 + \ln|x| + C$; Г) $12x^2 - \frac{1}{x^2} + C$.

1.9. Яке з рівнянь є рівнянням кола?

- А) $x + y = 4$; В) $x + y^2 = 4$;
Б) $x^2 + y^2 = 4$; Г) $x^2 + y^3 = 4$.

1.10. Знайдіть висоту прямокутного трикутника, що проведена до гіпотенузи, якщо вона ділить гіпотенузу на відрізки завдовжки 1 см і 9 см.

- А) 4 см; Б) 6 см; В) 3 см; Г) 9 см.

1.11. AC – перпендикуляр, AB – похила, проведені з точки A до площини α . Порівняйте AB і AC .

- А) $AB > AC$; В) $AB < AC$;
Б) $AB = AC$; Г) порівняти неможливо.

1.12. Прямокутний трикутник з катетом 4 см і гіпотенузою 5 см обертають навколо даного катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного конуса.

- А) $100\pi \text{ см}^2$; Б) $80\pi \text{ см}^2$; В) $32\pi \text{ см}^2$; Г) $24\pi \text{ см}^2$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\frac{\cos(-\alpha)}{1 + \sin(-\alpha)} + \operatorname{tg}(-\alpha)$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_4(x^2 - 3x) \leq 1$.

2.3. Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = x + \frac{16}{x}$.

2.4. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з периметром 20 см і діагоналлю 6 см. Більша діагональ паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $(-2 + (-6)) \cdot 4$.

- А) -16 ; Б) -32 ; В) 16 ; Г) 32 .

1.2. Яке з рівнянь є лінійним?

- А) $7x^2 = 14$; Б) $7x = 14$; В) $7 + x = x^2$; Г) $x^2 = 7$.

1.3. Виконайте множення $\frac{7a^2}{3-a} \cdot \frac{a^2-9}{14a^3}$.

- А) $-\frac{a+3}{7a}$; Б) $\frac{a+3}{2a}$; В) $-\frac{a+3}{2a}$; Г) $\frac{a-3}{2a}$.

1.4. Графіком якої з функцій є парабола?

- А) $y = \frac{6}{x}$; Б) $y = 6x$; В) $y = \frac{x}{6}$; Г) $y = x^2 + 6$.

1.5. Порівняйте числа a і b , якщо $\log_{\frac{1}{3}} a < \log_{\frac{1}{3}} b$.

- А) порівняти неможливо; В) $a < b$;
Б) $a = b$; Г) $a > b$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[4]{x^2 + 7} = 2$.

- А) рівняння не має розв'язків; В) -3 ; 3 ;
Б) 3 ; Г) -3 .

1.7. Дотична до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою x_0 утворює з додатним напрямом осі абсцис кут 60° . Знайдіть $f'(x_0)$.

- А) $\sqrt{3}$; Б) $-\sqrt{3}$; В) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; Г) 1 .

1.8. У класі 12 хлопців і 16 дівчат. Яка ймовірність того, що навмання обраний учень цього класу – хлопець?

- А) $\frac{3}{7}$; Б) $\frac{3}{4}$;
Б) $\frac{4}{7}$; Г) інша відповідь.

1.9. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 6 см.

- А) 3π см; Б) 6π см; В) 12π см; Г) 18π см.

- 1.10. Основа трапеції дорівнює 10 см, а середня лінія – 6 см. Знайдіть довжину іншої основи.
А) 2 см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) 8 см.
- 1.11. Площа основи трикутної прямої призми дорівнює 6 см^2 , а площі бічних граней – 12 см^2 , 16 см^2 і 20 см^2 . Знайдіть площу повної поверхні призми.
А) 54 см^2 ; Б) 108 см^2 ; В) 60 см^2 ; Г) 72 см^2 .
- 1.12. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота – 15 см. Знайдіть об'єм циліндра.
А) $960\pi \text{ см}^3$; Б) $120\pi \text{ см}^3$; В) $255\pi \text{ см}^3$; Г) $240\pi \text{ см}^3$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{7}{\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)} = -7$.
- 2.2. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{4^x - 2^{x-3}}}$.
- 2.3. Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = 2t^2 - 20t + 3$ (x вимірюється в метрах, t – у секундах). У який момент часу швидкість тіла буде дорівнювати 8 м/с?
- 2.4. Знайдіть координати точки, яка лежить на осі абсцис і рівновіддалена від точок $A(2; 3; 3)$ і $B(3; 1; 4)$.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $26 - 2 \cdot 8 + 7$.

- А) 199; Б) 3; В) 17; Г) -4.

1.2. Знайдіть розв'язок системи $\begin{cases} y - x = 3, \\ x - 2y = 2. \end{cases}$

- А) (-8; -5); Б) (-2; -5); В) (-5; -8); Г) (-5; -2).

1.3. Спростіть $a^{-3} \cdot a^5$.

- А) a^{-15} ; Б) a^{15} ; В) a^{-2} ; Г) a^2 .

1.4. (a_n) – арифметична прогресія, $a_1 = 3$; $d = -2$. Знайдіть a_{11} .

- А) 17; Б) -17; В) -19; Г) -15.

1.5. Знайдіть значення виразу $\cos 405^\circ$.

- А) -1; Б) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

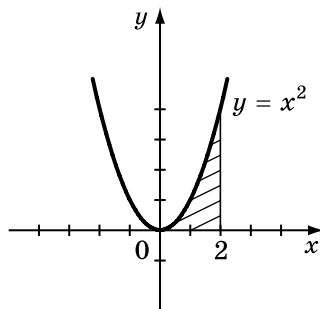
1.6. Розв'яжіть рівняння $\log_5(x + 4) = \log_5(1 - 2x)$.

- А) -1; Б) 1;
Б) рівняння не має розв'язків; Г) 3.

1.7. Знайдіть похідну функції $y = \cos x - x^2$.

- А) $\sin x - 2x$; Б) $-\sin x - 2x$;
Б) $-\cos x + 2x$; Г) $-\sin x + 2x$.

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



- А) $2\frac{2}{3}$; Б) 4; В) 3; Г) $3\frac{1}{3}$.

- 1.9. Промінь AK – бісектриса кута BAC . Знайдіть градусну міру кута KAC , якщо $\angle BAC = 40^\circ$.
 А) 20° ; Б) 40° ; В) 60° ; Г) 80° .
- 1.10. Знайдіть довжину дуги кола радіуса 6 см, яка відповідає центральному куту 120° .
 А) 12π см; Б) 6π см; В) 4π см; Г) 2π см.
- 1.11. Знайдіть об'єм піраміди, площа основи якої дорівнює 15 см^2 , а висота – 4 см.
 А) 60 см^3 ; Б) 20 см^3 ; В) 30 см^3 ; Г) 240 см^3 .
- 1.12. Площини α і β перетинаються по прямій m . Пряма a належить площині α . Як можуть бути розташовані прямі a і m ? Виберіть правильне твердження.
 А) прямі a і m можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;
 Б) прямі a і m можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;
 В) прямі a і m можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;
 Г) прямі a і m можуть перетинатися або бути паралельними, не можуть бути мимобіжними.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{25^{\frac{1}{4}x-1} - 5^x}$.
- 2.2. У ящику лежать 12 білих кульок і кілька чорних. Скільки чорних кульок у ящику, якщо ймовірність витягнути навмання чорну кульку дорівнює $\frac{2}{5}$?
- 2.3. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} - 8 = 0$.
- 2.4. Вершини квадрата зі стороною 8 см належать сфері. Знайдіть площу сфери, якщо відстань від центра сфери до площини квадрата дорівнює 2 см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $3\frac{2}{7} - 2\frac{1}{5}$.

А) $1\frac{1}{2}$;

Б) $1\frac{1}{35}$;

В) $1\frac{3}{35}$;

Г) $1\frac{17}{35}$.

1.2. Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $4x^2 - 4x + 1$.

А) $(2x - 1)^2$;

Б) $(2x + 1)^2$;

В) $(1 + 2x)^2$;

Г) $(x - 2)^2$.

1.3. Спростіть вираз $\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{108}$.

А) $2\sqrt{3}$;

Б) $3\sqrt{3}$;

В) $\sqrt{15}$;

Г) $-\sqrt{3}$.

1.4. У банкоматі залишилися три купюри по 100 грн., а решта – по 50 грн. Клієнт замовив суму у 450 грн. Банкомат видає спочатку усі наявні купюри по 100 грн., а потім купюри по 50 грн. Скільки купюр по 50 грн. видасть банкомат клієнту?

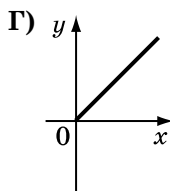
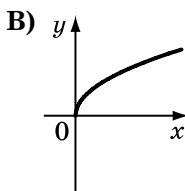
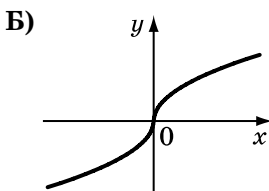
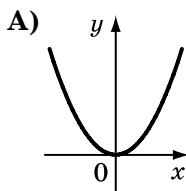
А) 9;

Б) 8;

В) 6;

Г) 3.

1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції $y = \sqrt[6]{x}$?



1.6. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -1$.

А) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;

В) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

1.7. Скільки трицифрових чисел можна записати за допомогою цифр 4, 5 і 6, якщо цифри в числі не повторюються?

А) 4;

Б) 6;

В) 8;

Г) 12.

1.8. Дано $f(x) = \cos x - \sin x$. Знайдіть $f'(\pi)$.

А) -1;

Б) 0;

В) 1;

Г) 2.

- 1.9. Знайдіть координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(-3; 2)$, $B(4; 3)$.
 А) $\overrightarrow{AB}(7; 1)$; В) $\overrightarrow{AB}(1; 5)$;
 Б) $\overrightarrow{AB}(-7; -1)$; Г) $\overrightarrow{AB}(-12; 6)$.
- 1.10. Знайдіть площу прямокутника, діагональ якого дорівнює 10 см, а кут між діагоналями становить 60° .
 А) 25 см^2 ; Б) $25\sqrt{3} \text{ см}^2$; В) 50 см^2 ; Г) $50\sqrt{3} \text{ см}^2$.
- 1.11. Скільки всього ребер має дванадцятикутна піраміда?
 А) 12; Б) 24; В) 36; Г) 48.
- 1.12. Площини квадратів $ABCD$ і $ABKL$ перпендикулярні, $AB = 2 \text{ см}$. Знайдіть відстань між точками K і D .
 А) $2\sqrt{2} \text{ см}$; Б) $2\sqrt{3} \text{ см}$; В) 4 см ; Г) $4\sqrt{3} \text{ см}$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть область значень функції $f(x) = 2\sin^2 x - 3$.
- 2.2. Розв'яжіть рівняння $\log_2(5 \cdot 2^{x+1} - 36) = x$.
- 2.3. Для функції $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$ знайдіть таку первісну $F(x)$, що $F(4) = -10$.
- 2.4. У кулі, об'єм якої $36\pi \text{ см}^3$, проведено переріз. Радіус кулі, один з кінців якого належить перерізу, утворює з площиною перерізу кут 45° . Знайдіть площу перерізу.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки **ОДНА** відповідь **ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $4,2 - 3,8$.

- А) 0,6; Б) 0,4; В) 1,4; Г) 1,6.

1.2. Подайте вираз $(x + 4)(2x - 1)$ у вигляді многочлена.

- А) $2x^2 + 7x - 4$; В) $2x^2 + 9x - 4$;
Б) $2x^2 - 7x - 4$; Г) $2x^2 + 7x + 4$.

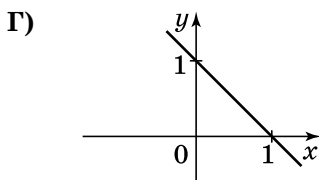
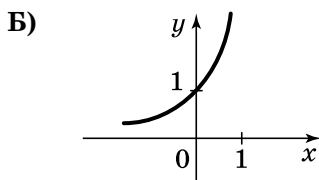
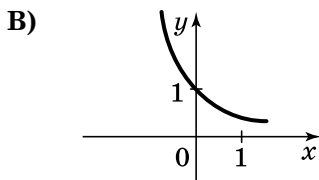
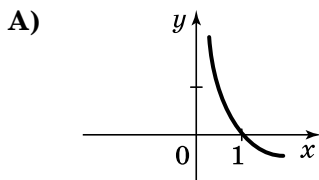
1.3. Чому дорівнює дискримінант рівняння $3x^2 - 4x - 7 = 0$?

- А) 10; Б) -68; В) 100; Г) 37.

1.4. Оцініть значення виразу $2 - 3a$, якщо $4 \leq a \leq 6$.

- А) $14 \leq 2 - 3a \leq 20$; В) $10 \leq 2 - 3a \leq 16$;
Б) $-14 \leq 2 - 3a \leq -8$; Г) $-16 \leq 2 - 3a \leq -10$.

1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$?



1.6. Знайдіть значення виразу $\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{2} \cos(-45^\circ) + 3 \operatorname{tg} 45^\circ$.

- А) 5; Б) 3; В) -3; Г) 1.

1.7. Яка з функцій не є первісною для функції $f(x) = 2x$?

- А) $F(x) = x^2$; В) $F(x) = x^2 + 1$;
Б) $F(x) = x^2 - 3$; Г) $F(x) = x^2 + x$.

1.8. Знайдіть критичні точки функції $y = x^3 - 3x^2$.

- А) 0; 3; Б) 0; 2; В) 2; Г) 0; 6.

1.9. Точка перетину діагоналей квадрата знаходиться на відстані 3 см від однієї з його вершин. Знайдіть суму довжин діагоналей цього квадрата.

А) 6 см; Б) 9 см; В) 12 см; Г) 15 см.

1.10. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 15 см, а висота, проведена до основи, – 9 см. Знайдіть основу рівнобедреного трикутника.

А) 6 см; Б) 12 см; В) 18 см; Г) 24 см.

1.11. Знайдіть площу поверхні кулі, діаметр якої дорівнює 8 см.

А) 36π см²; Б) 256π см²; В) 16π см²; Г) 64π см².

1.12. Який з векторів колінеарний вектору $\vec{a}(-1; 2; -3)$?

А) $\vec{b}(1; -2; -3)$; В) $\vec{d}(3; -6; -9)$;
Б) $\vec{c}(-2; 4; 6)$; Г) $\vec{m}(3; -6; 9)$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Обчисліть $2^{\log_4 81 - \log_8 27}$.

2.2. Розв'яжіть рівняння $P_{x+2} = 56P_x$.

2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = \sin 2x$, $y = 0$,
 $x = \frac{\pi}{6}$ і $x = \frac{\pi}{3}$.

2.4. Двогранний кут при основі правильної чотирикутної піраміди дорівнює 30° , а відрізок, що сполучає основу висоти піраміди і середину апофеми, – 2 дм. Знайдіть об'єм піраміди.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. У процесі перегонки нафти утворюється 30 % гасу. Скільки гасу утвориться після перегонки 240 т нафти?

- А) 8 т; Б) 72 т; В) 800 т; Г) 24 т.

1.2. Подайте вираз $(x + 2)(x - 2)$ у вигляді многочлена.

- А) $x^2 + 4$; Б) $4 - x^2$; В) $x^2 - 4$; Г) $x^2 - 4x + 4$.

1.3. Скоротіть дріб $\frac{8y^2 - 2}{8 - 16y}$.

- А) $-\frac{2y+1}{4}$; Б) $\frac{2y-1}{4}$; В) $\frac{y^2+1}{1+8y}$; Г) $\frac{-2y+1}{4}$.

1.4. Яке із чисел є розв'язком нерівності $x^2 + 3x - 4 > 0$?

- А) -4 ; Б) -2 ; В) 0 ; Г) 2 .

1.5. Яке з рівнянь не має розв'язків?

- А) $\sin x = 1$; Б) $\cos x = -1$; В) $\operatorname{tg} x = 3$; Г) $\sin x = 3$.

1.6. Порівняйте числа a , b і c , якщо $\left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^a > \left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^b$,

$$\left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^b > \left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^c.$$

- А) $c < b < a$; Б) $b < a < c$; В) $a < b < c$; Г) $a < c < b$.

1.7. Яка з наведених подій є вірогідною?

- А) виграти в лотерею;
Б) сонце зійде на заході;
В) після 1 березня настане 2 березня;
Г) при підкиданні монети випаде герб.

1.8. Обчисліть $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx$.

- А) 2; Б) 1; В) -1 ; Г) 0.

1.9. $\triangle ABC \sim \triangle MNQ$; $\angle B = 135^\circ$. Який з кутів трикутника MNQ дорівнює 135° ?

- А) M ; Б) N ; В) Q ; Г) жодний.

1.10. У трикутнику ABC $AB = 2\sqrt{2}$ см, $\angle A = 15^\circ$, $\angle C = 135^\circ$. Знайдіть AC .

- А) $\frac{2}{\sin 15^\circ}$ см; Б) $2\sin 15^\circ$ см; В) 2 см; Г) $\frac{1}{2}$ см.

1.11. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а твірна нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайдіть твірну конуса.

- А) $3\sqrt{3}$ см; Б) 6 см; В) 15 см; Г) 12 см.

1.12. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює $3\sqrt{2}$ см, а бічне ребро – 5 см. Знайдіть площу діагонального перерізу призми.

- А) 30 см^2 ; Б) $30\sqrt{2} \text{ см}^2$; В) $15\sqrt{2} \text{ см}^2$; Г) 15 см^2 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть $\sin 2\alpha$, якщо $\cos \alpha = -0,6$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 2 \leq 0$.

2.3. Знайдіть проміжки спадання функції

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 5.$$

2.4. Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є квадрат, що відтинає від кола основи дугу 90° . Знайдіть відстань від осі циліндра до цього перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 6 см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який з наведених дробів є неправильним?

- А) $\frac{1}{8}$; Б) $\frac{1}{4}$; В) $\frac{3}{4}$; Г) $\frac{4}{3}$.

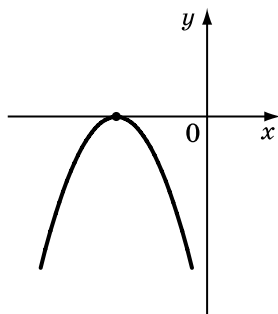
1.2. Розв'яжіть рівняння $(2x + 3) - (4x - 1) = 4$.

- А) -2 ; Б) 0 ; В) 1 ; Г) -1 .

1.3. Виконайте ділення $\frac{m}{6} : \frac{m}{3}$.

- А) 2 ; Б) $\frac{m^2}{18}$; В) $\frac{1}{2}$; Г) $\frac{m}{2}$.

1.4. Графіком функції $y = ax^2 + bx + c$ є парабола, зображена на рисунку, D – дискримінант квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Порівняйте a і D з нулем.



А) $a > 0$; $D > 0$; В) $a < 0$; $D = 0$;

Б) $a > 0$; $D = 0$; Г) $a < 0$; $D < 0$.

1.5. Чому дорівнює $\log_2 16$?

- А) 2 ; Б) 4 ; В) 8 ; Г) 16 .

1.6. Яка з точок належить графіку функції $y = \sqrt[5]{x}$?

- А) $(-32; 2)$; Б) $(-32; -2)$; В) $(16; 2)$; Г) $(-1; 1)$.

1.7. Відомо, що $f'(3) = 1$. Знайдіть кут, який утворює дотична, проведена до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою 3, з додатним напрямом осі абсцис.

- А) 30° ; Б) 45° ; В) 60° ; Г) 135° .

1.8. Скількома способами з п'яти членів баскетбольної команди можна вибрати капітана і його заступника?

- А) 10 ; Б) 20 ; В) 24 ; Г) 120 .

1.9. Гострий кут прямокутної трапеції дорівнює 70° . Знайдіть градусну міру тупого кута цієї трапеції.

- А) 110° ; Б) 120° ; В) 130° ; Г) 140° .

- 1.10.** Порівняйте відстані AB та AC , якщо $A(4; 2)$, $B(1; -2)$, $C(8; -1)$.
А) $AB = AC$; **В)** $AB < AC$;
Б) $AB > AC$; **Г)** неможливо порівняти.
- 1.11.** Знайдіть об'єм циліндра, у якого радіус основи дорівнює 4 см, а висота – 5 см.
А) $16\pi \text{ см}^3$; **Б)** $100\pi \text{ см}^3$; **В)** $40\pi \text{ см}^3$; **Г)** $80\pi \text{ см}^3$.
- 1.12.** Якому з наведених чисел може дорівнювати загальна кількість ребер піраміди?
А) 2013; **Б)** 2014; **В)** 2015; **Г)** 2047.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Розв'яжіть рівняння $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.
- 2.2.** Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \leq \frac{1}{8}$.
- 2.3.** Знайдіть похідну функції $g(x) = \frac{x^2 - 4x}{x + 1}$ у точці $x_0 = -2$.
- 2.4.** Висота конуса дорівнює 5 см, а різниця твірної і радіуса основи – 1 см. Знайдіть площу осового перерізу конуса.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Виконайте ділення дробів $1\frac{2}{5} : \frac{7}{10}$.

- А) 2; Б) $1\frac{4}{7}$; В) $\frac{7}{25}$; Г) $\frac{49}{50}$.

1.2. Для якої з наведених систем рівнянь розв'язком є пара чисел (1; 3)?

- А) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = -2; \end{cases}$ В) $\begin{cases} y - x = 2, \\ x + y = -4; \end{cases}$ Г) $\begin{cases} y - x = -2, \\ x + y = 4. \end{cases}$

1.3. Обчисліть $(-3)^{-2}$.

- А) $-\frac{1}{6}$; Б) -9; В) $-\frac{1}{9}$; Г) $\frac{1}{9}$.

1.4. Яка з послідовностей є геометричною прогресією?

- А) 0; 1; 0; 1; Б) 1; 2; 4; 8;
Б) 1; 2; 4; 16; Г) -1; 2; 4; 8.

1.5. Спростіть вираз $\sin^2 \alpha - 1$.

- А) $\cos^2 \alpha$; Б) $-\cos^2 \alpha$; В) -1; Г) $\cos \alpha$.

1.6. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) \geq -1$.

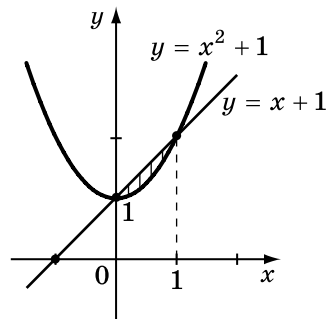
- А) $[4; +\infty)$; Б) $(-\infty; 4]$; В) (1; 4); Г) (1; 4].

1.7. Для функції $y = \cos x$ знайдіть $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- А) 1; Б) -1; В) 0; Г) $-\frac{1}{2}$.

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.

- А) $\frac{1}{12}$; Б) $\frac{1}{6}$;
Б) $\frac{1}{8}$; Г) $\frac{1}{2}$.



- 1.9. Площа прямокутника дорівнює 12 см^2 , а одна із його сторін – 4 см. Знайдіть довжину сторони, яка не паралельна даній.
 А) 2 см; Б) 3 см; В) 6 см; Г) 16 см.
- 1.10. Сума двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює 260° . Знайдіть гострий кут між прямими.
 А) 130° ; Б) 65° ; В) 25° ; Г) 50° .
- 1.11. Знайдіть координати середини відрізка AB , якщо $A(-2; 3; 4)$, $B(2; 3; 8)$.
 А) $(0; 3; 6)$; В) $(-2; 0; -2)$;
 Б) $(-4; 0; -4)$; Г) $(0; 6; 12)$.
- 1.12. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює кут 45° з основою циліндра. Знайдіть радіус циліндра.
 А) 8 см; Б) $4\sqrt{2}$ см; В) 4 см; Г) 2 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $0,5^{5-2x} + 3 \cdot 0,25^{3-x} = 20$.
- 2.2. У коробці 15 цукерок із чорного шоколаду і деяка кількість з білого. Відомо, що ймовірність витягнути навмання з коробки цукерку з білого шоколаду менша від $\frac{1}{5}$. Якою найбільшою може бути в коробці кількість цукерок з білого шоколаду?
- 2.3. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x-2} = \frac{x}{\sqrt{15-x}}$.
- 2.4. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см. Бічні грані піраміди, що містять бічні сторони цього рівнобедреного трикутника, перпендикулярні до основи, а третя бічна грань нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайдіть висоту піраміди.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Коренем якого з рівнянь є число 0?

- А) $0 \cdot x = 5$; Б) $2 + x = x - 3$; В) $5x = 0$; Г) $x + 2 = x + 4$.

1.2. Розкладіть на множники вираз $-100m^2 + p^4$.

- А) $(10m - p^2)(10m + p^2)$; В) $(p - 10m)(p + 10m)$;
Б) $(p^2 - 10m)(p^2 + 10m)$; Г) $(p^2 - 10m)^2$.

1.3. Для функції $y = \sqrt{x}$ знайдіть значення y при $x = 9$.

- А) 3; Б) 81; В) 0; Г) неможливо визначити.

1.4. Швидкість автомобіля зросла з 80 км/год до 100 км/год. На скільки відсотків зросла швидкість автомобіля?

- А) 20 %; Б) 25 %; В) 30 %; Г) 40 %.

1.5. Яке з чисел є коренем рівняння $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1}$?

- А) 0; Б) 1; В) 2; Г) -1.

1.6. Розв'яжіть рівняння $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$.

- А) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

1.7. У ящику 10 кульок, з яких 3 білі. Яка ймовірність того, що витягнута навмання з ящика кулька виявиться білою?

- А) 1; Б) $\frac{7}{10}$; В) $\frac{3}{10}$; Г) $\frac{1}{10}$.

1.8. Знайдіть $f'(1)$, якщо $f(x) = (2x - 1)^6$.

- А) 1; Б) 5; В) 6; Г) 12.

1.9. Одна із сторін прямокутника дорівнює 8 см, а його діагональ – 10 см. Знайдіть невідому сторону прямокутника.

- А) 6 см; Б) 7 см; В) 8 см; Г) $2\sqrt{41}$ см.

- 1.10.** Задано вектори $\vec{a}(3; -1)$ і $\vec{b}(2; 4)$. Знайдіть координати вектора $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.
А) $(0; -14)$; **Б)** $(0; 14)$; **В)** $(12; 10)$; **Г)** $(12; -14)$.
- 1.11.** Площини α і β паралельні. Точка P не належить жодній з площин. Скільки існує прямих, які проходять через точку P паралельно площинам α і β ?
А) жодної; **Б)** одна; **В)** дві; **Г)** безліч.
- 1.12.** Осьовий переріз конуса – прямокутний трикутник з гіпотенузою завдовжки 8 см. Знайдіть висоту конуса.
А) $4\sqrt{2}$ см; **Б)** 8 см;
В) 4 см; **Г)** інша відповідь.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Знайдіть нулі функції $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{|x| - 1}$.
- 2.2.** Розв'яжіть рівняння $\log_4(x + 2) + \log_4(x + 3) = \log_4 3 + 0,5$.
- 2.3.** Обчисліть $\int_1^{27} \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.
- 2.4.** Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з основою 8 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює кут 60° з площиною основи і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. З яких двох відношень можна скласти пропорцію?

- А) $8 : 2$ і $10 : 3$; В) $8 : 4$ і $3 : 6$;
Б) $5 : 1$ і $14 : 2$; Г) $10 : 5$ і $12 : 6$.

1.2. Який з виразів є многочленом?

- А) $\frac{2x^2}{x-7}$; В) $x - 7 + 2x^2$;
Б) $\frac{x-7}{2x^2}$; Г) $2x^2 + \frac{1}{x-7}$.

1.3. Розв'яжіть рівняння $3x^2 - 2x - 5 = 0$.

- А) 1,5; -2,5; В) $-1\frac{2}{3}$; -1;
Б) $1\frac{2}{3}$; -1; Г) $1\frac{2}{3}$; 1.

1.4. Якщо $2 \leq a \leq 3$, то...

- А) $-2 \leq -a \leq -3$; В) $-3 \leq a \leq -2$;
Б) $-3 \leq -a \leq -2$; Г) $-2 \leq a \leq -3$.

1.5. Порівняйте x і y , якщо $0,8^x > 0,8^y$.

- А) порівняти неможливо; В) $x > y$;
Б) $x = y$; Г) $x < y$.

1.6. Спростіть вираз $\sin 8x \cos x - \sin x \cos 8x$.

- А) $\sin 9x$; Б) $\sin 7x$; В) $\cos 9x$; Г) $\cos 7x$.

1.7. Для якої з наведених функцій функція $F(x) = \sin x + 5$ є первісною?

- А) $f(x) = \cos x$; В) $f(x) = \cos x + 6$;
Б) $f(x) = -\cos x$; Г) $f(x) = \sin x$.

1.8. Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^2 - 6t$ (t вимірюється в секундах, x – у метрах). Знайдіть швидкість тіла в момент часу $t = 5$ с.

- А) -5 м/с; Б) 4 м/с; В) 5 м/с; Г) 25 м/с.

1.9. У трикутнику ABC $\sin \angle A = 0,3$, $\sin \angle B = 0,6$, $BC = 10$ см. Знайдіть AC .

- А) 20 см; Б) 10 см; В) 5 см; Г) 6 см.

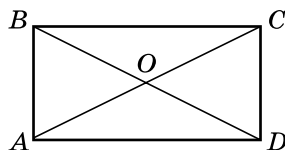
1.10. O – точка перетину діагоналей прямокутника, $AC = 10$ см, периметр трикутника AOD дорівнює 17 см. Знайдіть AD .

А) 7 см;

Б) 10 см;

В) 12 см;

Г) неможливо визначити.



1.11. Прямокутник зі сторонами 3 см і 4 см обертається навколо меншої сторони. Знайдіть довжину твірної утвореного циліндра.

- А) 8 см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) 3 см.

1.12. Основою прямої призми є трикутник із стороною 5 см і висотою 6 см, яка проведена до цієї сторони. Знайдіть висоту призми, якщо її об'єм дорівнює 120 см^3 .

- А) 16 см; Б) 4 см; В) 8 см; Г) 12 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Обчисліть $\frac{2\log_3 4 + \log_3 0,5}{\log_3 6 - \log_3 12}$.

2.2. Скільки різних п'ятицифрових натуральних чисел можна скласти із цифр 0, 1, 3, 5, 7 так, щоб цифри в кожному з чисел не повторювалися?

2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = 2 - x^2$ і $y = -x$.

2.4. Через кінець C відрізка CD проведено площину α . Через кінець D і точку A цього відрізка проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках D_1 і A_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AA_1 , якщо $DD_1 = 15$ см і $CA : AD = 2 : 1$.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених тверджень є правильним?

- А) 10 – дільник числа 21; В) 15 – кратне числу 3;
Б) 20 – дільник числа 10; Г) 3 – кратне числу 15.

1.2. Спростіть вираз $\left(\frac{m}{3} + a^2\right)\left(\frac{m^2}{9} - \frac{ma^2}{3} + a^4\right)$.

- А) $\frac{m^2}{9} - \frac{a^2}{4}$; Б) $\frac{m^3}{27} + a^6$; В) $\frac{m^3}{27} - a^6$; Г) $\frac{m^3}{9} + a^6$.

1.3. Виконайте додавання дробів $\frac{x}{2} + \frac{y}{3}$.

- А) $\frac{x+y}{5}$; Б) $\frac{2x+3y}{6}$; В) $\frac{2y-3x}{6}$; Г) $\frac{3x+2y}{6}$.

1.4. Розв'яжіть нерівність $3x^2 - 5x + 2 \geq 0$.

- А) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup [1; +\infty)$; В) $(-\infty; -1] \cup \left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$;
Б) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$; Г) $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$.

1.5. Знайдіть корені рівняння $\sin x = -\frac{1}{2}$.

- А) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

1.6. Обчисліть $5^{2-\sqrt{3}} : 5^{3-\sqrt{3}}$.

- А) $5^{5-2\sqrt{3}}$; Б) 5; В) $\frac{1}{5}$; Г) 1.

1.7. У шухляді 12 олівців, з яких 5 червоних. Навмання вибирають один олівець. Яка ймовірність того, що він виявиться червоним?

- А) $\frac{1}{5}$; Б) $\frac{7}{12}$; В) $\frac{5}{12}$; Г) $\frac{1}{12}$.

1.8. Для функції $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ знайдіть первісну $F(x)$ таку, що

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$$

А) $F(x) = \operatorname{ctgx} + 1$; В) $F(x) = -\operatorname{tg}x + 3$;

Б) $F(x) = \operatorname{tg}x + 1$; Г) $F(x) = -\operatorname{ctgx} + 3$.

1.9. Яке з наведених рівнянь є рівнянням прямої?

А) $2x - y = 5$; В) $2x^2 + 2y^2 = 8$;

Б) $2x^2 - y = 5$; Г) $x - y^3 = 8$.

1.10. Катет прямокутного трикутника дорівнює 6 см, а його проекція на гіпотенузу – 3 см. Знайдіть гіпотенузу трикутника.

А) 8 см; Б) 9 см; В) 10 см; Г) 12 см.

1.11. З точки B до площини β проведено перпендикуляр BK і похилу BL . Знайдіть LK , якщо $BL = 5$ см, $BK = 4$ см.

А) 2 см; Б) 3 см; В) 1 см; Г) 4 см.

1.12. На відстані 6 см від центра сфери проведено переріз, що перетинає сферу по колу, довжина якого дорівнює 16π см. Знайдіть площу сфери.

А) 100π см²; Б) 256π см²; В) 400π см²; Г) 800π см².

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha \sin\beta}{2\cos\alpha \cos\beta - \cos(\alpha - \beta)}$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_3(x - 2) + \log_3 x \geq 1$.

2.3. Знайдіть точки мінімуму функції $f(x) = \frac{3 + x^2}{1 - x}$.

2.4. У прямій трикутній призмі сторони основи дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Через бічне ребро призми та середню за довжиною висоту основи проведено переріз, площа якого 60 см². Знайдіть об'єм призми.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть значення виразу $(-2 - (-8)) : (-2)$.

А) -3 ; Б) 3 ; В) 5 ; Г) -5 .

1.2. Розв'яжіть рівняння $6x = -12$.

А) 2 ; Б) -2 ; В) 6 ; Г) рівняння не має розв'язків.

1.3. Піднесіть до степеня $\left(-\frac{2c^3}{p}\right)^5$.

А) $\frac{10c^8}{p^5}$; Б) $\frac{32c^{15}}{p^5}$; В) $-\frac{32c^{15}}{p^{15}}$; Г) $-\frac{32c^{15}}{p^5}$.

1.4. Знайдіть абсцису вершини параболи, яка є графіком функції $y = x^2 - 4x - 5$.

А) -4 ; Б) 4 ; В) 2 ; Г) -2 .

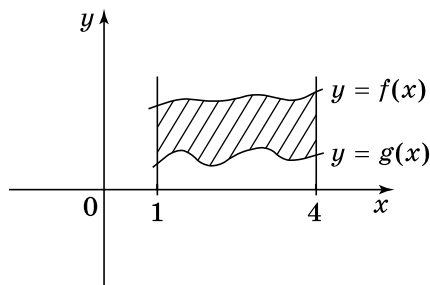
1.5. Розв'яжіть рівняння $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$.

А) $\frac{1}{3}$; Б) -1 ; В) 1 ; Г) 3 .

1.6. Спростіть вираз $\frac{p^{\frac{4}{7}} p^{-\frac{1}{21}}}{p^{\frac{11}{21}}}$.

А) 1 ; Б) p ; В) $p^{\frac{22}{21}}$; Г) $p^{\frac{2}{21}}$.

1.7. За якою формулою можна знайти площу заштрихованої на рисунку фігури?



$$\begin{array}{ll} \text{А)} \int_1^4 (g(x) - f(x))dx; & \text{В)} \int_4^1 (f(x) - g(x))dx; \\ \text{Б)} \int_1^4 (f(x) - g(x))dx; & \text{Г)} \int_0^4 (f(x) - g(x))dx. \end{array}$$

1.8. У ящику 20 кульок, з яких 4 білі. Навмання вибирають одну кульку. Яка ймовірність того, що вона виявиться не білою?

$$\text{А)} \frac{1}{4}; \quad \text{Б)} \frac{1}{5}; \quad \text{В)} \frac{4}{5}; \quad \text{Г)} \frac{1}{20}.$$

1.9. Знайдіть площу круга, діаметр якого дорівнює 8 см.

$$\text{А)} 4\pi \text{ см}^2; \quad \text{Б)} 16\pi \text{ см}^2; \quad \text{В)} 32\pi \text{ см}^2; \quad \text{Г)} 64\pi \text{ см}^2.$$

1.10. У рівнобічній трапеції бічна сторона вдвічі довша за висоту. Знайдіть градусну міру гострого кута трапеції.

$$\begin{array}{ll} \text{А)} 30^\circ; & \text{В)} 60^\circ; \\ \text{Б)} 45^\circ; & \text{Г)} \text{неможливо визначити.} \end{array}$$

1.11. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює 4 см, а бічне ребро – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

$$\text{А)} 20 \text{ см}^2; \quad \text{Б)} 40 \text{ см}^2; \quad \text{В)} 60 \text{ см}^2; \quad \text{Г)} 80 \text{ см}^2.$$

1.12. Осьовий переріз конуса – правильний трикутник, висота якого дорівнює $6\sqrt{3}$ см. Знайдіть об'єм конуса.

$$\begin{array}{ll} \text{А)} 144\sqrt{3}\pi \text{ см}^3; & \text{В)} 72\sqrt{3}\pi \text{ см}^3; \\ \text{Б)} 72\pi \text{ см}^3; & \text{Г)} 216\sqrt{3}\pi \text{ см}^3. \end{array}$$

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^x \geq 30$.

2.3. На графіку функції $f(x) = x^2 - 2x - 4$ знайдіть точку, у якій дотична до цього графіка паралельна прямій $y = 4x + 7$.

2.4. Кут між векторами \vec{a} і \vec{b} дорівнює 120° . Знайдіть $\vec{a} \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$, якщо $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $2 \cdot (70 - 8^2)$.

- А) 108; Б) 76; В) 268; Г) 12.

1.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x + y = 3, \\ 3x - y = 5. \end{cases}$$

- А) (1; 2); Б) (2; 1); В) (-4; 7); Г) (1; -2).

1.3. Спростіть вираз $(a^4)^{-2}$.

- А) a^2 ; Б) a^{-2} ; В) a^{-8} ; Г) a^6 .

1.4. (a_n) – арифметична прогресія, $a_1 = 5$, $a_2 = 7$. Знайдіть a_{21} .

- А) 43; Б) 45; В) 47; Г) інша відповідь.

1.5. Для функції $y = \sin x$ знайдіть $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- А) 0; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Г) 1.

1.6. Обчисліть $3\log_7 49 - \log_2 8$.

- А) 9; Б) 6; В) 3; Г) інша відповідь.

1.7. Знайдіть похідну функції $y = 5 - \sin x$.

- А) $5 - \cos x$; В) $5x - \cos x$;
Б) $5x + \cos x$; Г) $-\cos x$.

1.8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$.

- А) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $1\frac{1}{2}$; Г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1.9. Точка K належить відрізку $AB = 8$ см; $AK = 2$ см. Знайдіть довжину відрізка BK .

- А) 10 см; Б) 6 см; В) 4 см; Г) 2 см.

1.10. Обчисліть суму внутрішніх кутів опуклого десятикутника.

- А) 1800° ; Б) 1620° ; В) 1440° ; Г) 1260° .

- 1.11.** Знайдіть об'єм правильної чотирикутної призми, сторона основи якої дорівнює 3 см, а висота – 7 см.
 А) 84 см^3 ; Б) 21 см^3 ; В) 189 см^3 ; Г) 63 см^3 .
- 1.12.** Пряма a паралельна площині β , а пряма b належить площині β . Як можуть бути розташовані прямі a і b ? Виберіть правильне твердження.
 А) прямі a і b можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;
 Б) прямі a і b можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;
 В) прямі a і b можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;
 Г) прямі a і b можуть бути паралельними або мимобіжними, не можуть перетинатися.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Розв'яжіть рівняння $\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^{7x-2} = \sqrt{8}$.
- 2.2.** На картках записано числа від 1 до 12. Навмання беруть дві з них. Яка ймовірність того, що сума чисел на картках дорівнюватиме 12?
- 2.3.** Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-4} = 1$.
- 2.4.** Хорду, що лежить в основі конуса, з його вершини видно під кутом 60° , а із центра основи – під прямим кутом. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює 4 см.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $4\frac{1}{3} + 2\frac{4}{7}$.

- А) $6\frac{19}{21}$; Б) $6\frac{5}{21}$; В) $7\frac{19}{21}$; Г) $6\frac{20}{21}$.

1.2. Розкладіть многочлен $x^2 - 25$ на множники.

- А) $(x - 5)(x - 5)$; В) $(x + 5)(x + 5)$;
Б) $(x - 5)(x + 5)$; Г) $(x - 25)(x + 25)$.

1.3. Обчисліть $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,12}$.

- А) $-0,2$; Б) $0,2$; В) $0,1$; Г) $-0,1$.

1.4. Скільки здачі повинен дати касир покупцеві, який купив товар на суму 70 грн. 50 коп. і дав касиру купюру у 200 грн.?

- А) 129 грн. 50 коп.; В) 270 грн. 50 коп.;
Б) 130 грн. 50 коп.; Г) 29 грн. 50 коп.

1.5. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[10]{x}$.

- А) $[10; +\infty)$; Б) $(-\infty; +\infty)$; В) $[0; +\infty)$; Г) $(-\infty; 0]$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x = 1$.

- А) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

1.7. У кошику 20 яблук, з яких 7 червоних. Навмання витягають одне яблуко. Яка ймовірність того, що воно виявиться червоним?

- А) $\frac{1}{7}$; Б) $\frac{1}{20}$; В) $\frac{7}{20}$; Г) $\frac{13}{20}$.

1.8. Дано функцію $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \sqrt{x}$. Знайдіть $f'(1)$.

- А) $-\frac{2}{3}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) 1; Г) інша відповідь.

1.9. Знайдіть модуль вектора $\vec{a}(4; -3)$.

- А) 4; Б) 1; В) 5; Г) 3.

1.10. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 7 см і 13 см, а бічна сторона – 5 см.

- А) 80 см^2 ; В) 50 см^2 ;
Б) 40 см^2 ; Г) інша відповідь.

1.11. У правильній трикутній піраміді сторона основи дорівнює 8 см, а площа бічної поверхні – 60 см^2 . Знайдіть апофему піраміди.

- А) 5 см; Б) 10 см; В) 2,5 см; Г) 3 см.

1.12. З точки А до площини α проведено похилі АВ і АС та перпендикуляр АК, АВ = 10 см, ВК = 6 см, КС = 15 см. Знайдіть АС.

- А) $\sqrt{161}$ см; Б) 17 см; В) 25 см; Г) $5\sqrt{5}$ см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x^2-4x}.$$

2.2. Розв'яжіть рівняння $\frac{2}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 x - 2} = 1$.

2.3. Для функції $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $A\left(\frac{\pi}{12}; 2,5\right)$.

2.4. У посудині, що має форму циліндра, рівень води перебуває на висоті 45 см. На якій висоті перебуватиме рівень води, якщо її перелити в посудину циліндричної форми, радіус якої втричі більший за радіус даної?

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Який з наведених десяткових дробів більший за дріб $4,25$?
 А) $4,1073$; Б) $4,251$; В) $4,24$; Г) $4,209$.
- 1.2. Виконайте множення одночленів $-3a^2b^3 \cdot \frac{2}{3}a^7b$.
 А) $-a^9b^4$; Б) $-2a^9b^3$; В) $2a^9b^4$; Г) $-2a^9b^4$.
- 1.3. Чому дорівнює сума коренів рівняння $x^2 - 2x - 3 = 0$?
 А) -2 ; Б) -3 ; В) 3 ; Г) 2 .
- 1.4. Розв'яжіть нерівність $6 - 2x \leq 4$.
 А) $[1; +\infty)$; Б) $(-\infty; 1]$; В) $[-5; +\infty)$; Г) $[-1; +\infty)$.
- 1.5. Розв'яжіть рівняння $2^{x-1} = 32$.
 А) 5 ; Б) 6 ; В) 3 ; Г) 4 .
- 1.6. Яка з функцій є парною?
 А) $y = 5 + \cos x$; Б) $y = 2 \operatorname{tg} x$;
 В) $y = 3 - \sin x$; Г) $y = -3 \operatorname{ctg} x$.
- 1.7. Знайдіть невизначений інтеграл $\int x^3 dx$.
 А) $3x^2$; Б) $3x^2 + C$; В) $\frac{x^4}{4}$; Г) $\frac{x^4}{4} + C$.
- 1.8. Знайдіть точки мінімуму функції $f(x) = x^3 - 6x^2$.
 А) 4 ; Б) 0 ; 4;
 В) 0 ; Г) функція не має точок мінімуму.
- 1.9. Знайдіть більший кут паралелограма, якщо сума двох його кутів дорівнює 140° .
 А) 70° ; Б) 90° ; В) 110° ; Г) 140° .
- 1.10. Діагональ квадрата дорівнює $4\sqrt{2}$ см. Знайдіть довжину сторони квадрата.
 А) 2 см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) 8 см.
- 1.11. Радіус основи конуса дорівнює 2 см, а твірна – 3 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.
 А) $2\pi \text{ см}^2$; Б) $4\pi \text{ см}^2$; В) $6\pi \text{ см}^2$; Г) $9\pi \text{ см}^2$.

1.12. Відстань від якої точки: $A(-2; 0; 3)$ чи $B(1; -1; 3)$ – до початку координат є меншою?

- А)** A ; **В)** відстані однакові;
Б) B ; **Г)** неможливо визначити.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Відомо, що $\log_2 7 = a$, $\log_2 3 = b$. Виразіть $\log_2 42$ через a і b .
2.2. Є 6 різних блокнотів і 7 різних ручок. Скількома способами можна вибрати набір із 3 блокнотів і 2 ручок?
2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = e^x$, $y = e^{3x}$ і $x = 1$.
2.4. У правильній трикутній піраміді бічне ребро дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює кут 45° з площиною основи. Знайдіть об'єм піраміди.

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Учень мав 24 грн. На придбання книжки він витратив 6 грн. Який відсоток грошей витратив учень?
А) 6 %; Б) 20 %; В) 25 %; Г) 100 %.
- 1.2. Перетворіть вираз $(x + 5)^2$ на многочлен.
А) $x^2 + 5x + 25$; В) $x^2 - 10x + 25$;
Б) $x^2 + 10x + 25$; Г) $x^2 + 10x + 5$.
- 1.3. Скоротіть дріб $\frac{3x^2 - 27}{18 - 6x}$.
А) $-\frac{x}{2} + 1,5$; Б) $\frac{-x + 3}{2}$; В) $\frac{x + 3}{2}$; Г) $-\frac{x + 3}{2}$.
- 1.4. Яке із чисел є розв'язком нерівності $x^2 + 2x - 3 \geq 0$?
А) -3; Б) -2; В) -1; Г) 0.
- 1.5. Яке з рівнянь має розв'язки?
А) $\sin x = -2$; Б) $\sin x = 2$; В) $\cos x = 2$; Г) $\operatorname{tg} x = 2$.
- 1.6. Розв'яжіть рівняння $2^{x-2} + 2^x = 10$.
А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.
- 1.7. Серед 9 хустинок, які лежать у шухляді, 2 хустинки білі. Навмання беруть одну хустинку. Яка ймовірність того, що вона виявиться білою?
А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{7}{9}$; В) $\frac{2}{9}$; Г) $\frac{1}{9}$.
- 1.8. Для функції $f(x) = 5e^x$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $M(0; -2)$.
А) $F(x) = e^x - 2$; В) $F(x) = 5e^x + 7$;
Б) $F(x) = 5e^x - 7$; Г) $F(x) = 5e^x - 2$.
- 1.9. Трикутник ABC подібний трикутнику KLM , $\angle A = 30^\circ$, $\angle L = 70^\circ$. Знайдіть градусну міру кута C .
А) 30° ; Б) 70° ; В) 80° ; Г) 100° .
- 1.10. Сторони паралелограма дорівнюють 4 см і 7 см, а кут між ними становить 60° . Знайдіть довжину більшої діагоналі паралелограма.
А) $\sqrt{93}$ см; Б) $\sqrt{37}$ см; В) $\sqrt{65}$ см; Г) $\sqrt{33}$ см.

1.11. Висота конуса дорівнює 6 см, а твірна – 10 см. Знайдіть радіус основи конуса.

А) 4 см; Б) 8 см; В) 16 см; Г) $2\sqrt{34}$ см.

1.12. У правильній трикутній призмі сторона основи дорівнює 3 см, а діагональ бічної грані – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

А) 27 см^2 ; Б) 36 см^2 ; В) 48 см^2 ; Г) 45 см^2 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

2.2. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - 2)}}$.

2.3. Знайдіть координати точки мінімуму функції

$$y = x^2 - \frac{x^3}{3} + 3x - \frac{1}{3}.$$

2.4. Діагональ осового перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота циліндра на 11 см більша за його радіус. Знайдіть площу осового перерізу циліндра.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який із запропонованих дробів більший за одиницю?

- А) $\frac{17}{18}$; Б) $\frac{17}{17}$; В) $\frac{18}{18}$; Г) $\frac{18}{17}$.

1.2. Розв'яжіть рівняння $2x - 7,5 = -4 - \frac{1}{3}x$.

- А) $-0,5$; Б) $1,5$; В) $0,5$; Г) $2,5$.

1.3. Виконайте множення $\frac{m^4}{3} \cdot \frac{12}{m}$.

- А) $\frac{m^3}{4}$; Б) $4m^3$; В) $4m^4$; Г) $3m^3$.

1.4. Знайдіть множину значень функції $y = x^2 + 2x$.

- А) $(-\infty; -1]$; В) $[-1; +\infty)$;
Б) $(-1; +\infty)$; Г) $[1; +\infty)$.

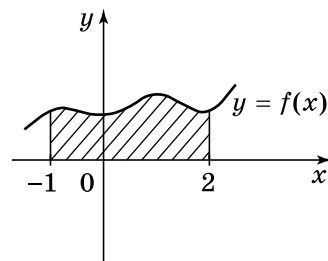
1.5. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 3$.

- А) $[3; +\infty)$; Б) $(-\infty; 3]$; В) $(0; 3]$; Г) $(0; 3)$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{x^2 - 2}$.

- А) 2; Б) $-1; 2$; В) $1; -2$; Г) 1.

1.7. За якою формулою можна знайти площу заштрихованої на рисунку фігури?



А) $\int_{-1}^0 f(x)dx$; В) $\int_0^2 f(x)dx$;

Б) $\int_{-1}^2 f(x)dx$; Г) $\int_2^{-1} f(x)dx$.

1.8. Скількома способами з 20 учнів класу можна сформувати команду з 3 учнів для участі у спортивному змаганні?

- А) 190; Б) 570; В) 1140; Г) 6840.

- 1.9. Гострий кут рівнобічної трапеції дорівнює 50° . Знайдіть градусну міру тупого кута цієї трапеції.
А) 100° ; Б) 110° ; В) 120° ; Г) 130° .
- 1.10. Коло задано рівнянням $x^2 + y^2 = 25$. Яка з наведених точок належить колу?
А) $(-3; 3)$; Б) $(-3; 4)$; В) $(5; 1)$; Г) $(0; 6)$.
- 1.11. Площа основи конуса дорівнює $9\pi \text{ см}^2$, а його об'єм – $12\pi \text{ см}^3$. Знайдіть висоту конуса.
А) 2 см; Б) 12 см; В) 8 см; Г) 4 см.
- 1.12. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема – 4 см. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.
А) 33 см^2 ; Б) 30 см^2 ; В) 24 см^2 ; Г) 42 см^2 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$.
- 2.2. Розв'яжіть нерівність $2^{x+2} + 2^{x+1} \leq 24$.
- 2.3. На графіку функції $f(x) = x^2 - 5x + 7$ знайдіть точку, у якій дотична утворює кут 45° з додатним напрямом осі абсцис.
- 2.4. Вершини рівностороннього трикутника зі стороною 3 дм лежать на поверхні кулі, радіус якої дорівнює 2 дм. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трикутника.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Виконайте множення дробів $1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{4}$.

- А) $\frac{8}{45}$; Б) $\frac{3}{8}$; В) $5\frac{5}{8}$; Г) $3\frac{3}{8}$.

1.2. Яка пара чисел є розв'язком системи $\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 2? \end{cases}$

- А) (4; 2); Б) (2; 4); В) (5; 1); Г) (4; -2).

1.3. Обчисліть $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

- А) $\frac{3}{2}$; Б) 8; В) -8; Г) $-\frac{1}{6}$.

1.4. Яка із послідовностей є арифметичною прогресією?

- А) 1; 2; 3; 5; Б) 0; 1; 0; -1; В) -1; 0; 2; 3; Г) -1; 0; 1; 2.

1.5. Спростіть вираз $5\cos^2\alpha + 5\sin^2\alpha$.

- А) 5; Б) 6; В) $5\sin^2\alpha\cos^2\alpha$; Г) $5 + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.

1.6. Обчисліть $5^{2\log_5 3}$.

- А) 25; Б) 9; В) 3; Г) 6.

1.7. Дано $y = x^3$. Знайдіть $y'(-1)$.

- А) -1; Б) 3; В) -3; Г) 1.

1.8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = x$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$.

- А) 2; Б) 3; В) 6; Г) 8.

1.9. Основи трапеції дорівнюють 7 см і 5 см, а її висота – 3 см. Знайдіть площу трапеції.

- А) 36 см^2 ; Б) 105 см^2 ; В) $52,5 \text{ см}^2$; Г) 18 см^2 .

1.10. Точка K ділить відрізок AB завдовжки 10 см у відношенні 2 : 3, рахуючи від точки A . Знайдіть довжину відрізка KB .

- А) 2 см; Б) 4 см; В) 8 см; Г) 6 см.

1.11. Знайдіть відстань між точками $A(0; 1; -3)$ і $B(2; -1; -2)$.

- А) 3; Б) 4; В) 5; Г) 6.

- 1.12.** Осьовий переріз циліндра – квадрат, площа якого дорівнює 36 см^2 . Знайдіть радіус основи циліндра.
- А)** 9 см; **Б)** 3 см; **В)** 6 см; **Г)** 12 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1.** Розв'яжіть рівняння $5^{x-2} \cdot 2^{x+3} = 320$.
- 2.2.** Є п'ять карток із числами 2, 4, 6, 8, 10. Навмання вибираємо три з них. Яка ймовірність того, що з них можна утворити арифметичну прогресію?
- 2.3.** Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} = \frac{3}{5}x$.
- 2.4.** У правильній трикутній піраміді бічні грані утворюють з площиною основи кути 60° . Знайдіть площу повної поверхні піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює 2 дм.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Коренем якого з наведених рівнянь є число 1?

- А) $x + 3 = 4 - x$; В) $7x = x + 5$;
Б) $2x = x + 3$; Г) $9x = 10 - x$.

1.2. Розкладіть на множники многочлен $tc - c - 2t + 2$, використовуючи спосіб групування.

- А) $(t - 1)(c - 2)$; В) $(1 - t)(c - 2)$;
Б) $(t + 1)(c + 2)$; Г) $(t - 1)(c + 2)$.

1.3. Яке з рівнянь не має коренів на множині дійсних чисел?

- А) $\sqrt{x} = 1$; Б) $\sqrt{x} = -1$; В) $\sqrt{x} = 0$; Г) $\sqrt{x} = 2013$.

1.4. Вкладник поклав до банку 10 000 грн. під 16 % річних. Скільки гривень буде на рахунку вкладника через рік?

- А) 10 600 грн.; В) 11 600 грн.;
Б) 1600 грн.; Г) 12 600 грн.

1.5. Обчисліть $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$.

- А) $-\frac{1}{2}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $-\frac{1}{24}$; Г) $-\frac{1}{512}$.

1.6. Розв'яжіть рівняння $\cos 4x = 0$.

- А) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

1.7. Знайдіть медіану вибірки 1; 3; 2; 7; 3; 2; 1.

- А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 7.

1.8. Знайдіть похідну функції $f(x) = x^2 \sin x$.

- А) $2x \cos x$; В) $2x \cos x + x^2 \cos x$;
Б) $2x \sin x - x^2 \cos x$; Г) $2x \sin x + x^2 \cos x$.

1.9. Сторона квадрата дорівнює 4 см. Знайдіть його діагональ.

- А) 6 см; Б) $4\sqrt{2}$ см; В) $8\sqrt{2}$ см; Г) 8 см.

- 1.10. Дано вектори $\vec{a}(-4; 1)$, $\vec{b}(x; 8)$. При якому значенні x виконується рівність $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$?
 А) 1; Б) -2; В) 2; Г) -1.
- 1.11. Прямі a і b не паралельні і не перетинаються. Скільки площин можна провести через ці прямі?
 А) жодної; Б) одну; В) дві; Г) безліч.
- 1.12. Діаметр кулі дорівнює 8 см. Точка A належить дотичній до кулі площині та знаходиться на відстані 3 см від точки дотику кулі і площини. Знайдіть відстань від точки A до центра кулі.
 А) $\sqrt{73}$ см; Б) $\sqrt{55}$ см; В) 10 см; Г) 5 см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Дослідіть функцію $f(x) = \sin x - x^3$ на парність.
- 2.2. Розв'яжіть рівняння $\log_2(2x - 1) = 2\log_2 3 - \log_2(x - 4)$.

2.3. Обчисліть
$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{dx}{\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

- 2.4. Знайдіть площу повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, якщо його діагональ більша за лінійні виміри відповідно на 1 см, 9 см і 10 см.

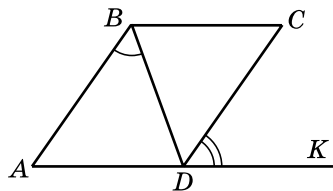
Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Знайдіть невідомий член пропорції $8 : x = 2 : 5$.
А) 20; Б) 2; В) 3,2; Г) 1,25.
- 1.2. Виконайте множення $-p(3 - m)$.
А) $mp + 3$; Б) $mp - 3$; В) $mp - 3p$; Г) $mp + 3p$.
- 1.3. Складіть зведене квадратне рівняння, коренями якого є числа -2 і 3 .
А) $x^2 + x - 6 = 0$; В) $x^2 + x + 6 = 0$;
Б) $x^2 - x - 6 = 0$; Г) $x^2 - x + 6 = 0$.
- 1.4. Розв'яжіть нерівність $-2x \geq -6$.
А) $(-\infty; 3]$; В) $[3; +\infty)$;
Б) $(-\infty; -3]$; Г) $[-3; +\infty)$.
- 1.5. Яка з наведених функцій є зростаючою на множині дійсних чисел?
А) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; В) $y = (0,07)^x$;
Б) $y = 4^x$; Г) $y = \left(\frac{11}{12}\right)^x$.
- 1.6. Спростіть вираз $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \beta$.
А) $\frac{1}{\cos \beta}$; Б) $\sin^2 \beta$; В) $\cos^2 \beta$; Г) $\frac{1}{\cos^2 \beta}$.
- 1.7. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = \sin x$.
А) $F(x) = \cos x + C$; В) $F(x) = -\sin x + C$;
Б) $F(x) = \cos x$; Г) $F(x) = -\cos x + C$.
- 1.8. Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = 3x - x^3$.
А) $(-\infty; -1]$, $[1; +\infty)$; В) $[-1; 1]$;
Б) $[-1; +\infty)$; Г) $(-\infty; 1]$.
- 1.9. У трикутнику ABC $BC = 2$ см, $AC = 6$ см, $\sin A = 0,3$. Знайдіть $\sin \angle B$.
А) 0,1; Б) 0,3; В) 0,8; Г) 0,9.

- 1.10. $ABCD$ – ромб, $\angle ABD = 55^\circ$.
Знайдіть градусну міру кута CDK .

А) 40° ; В) 60° ;
Б) 50° ; Г) 70° .



- 1.11. Твірна циліндра дорівнює 12 см, а діагональ осового перерізу – 13 см. Знайдіть діаметр основи циліндра.

А) 10 см; Б) 5 см; В) 2,5 см; Г) 6 см.

- 1.12. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см і утворює кут 45° з бічним ребром. Знайдіть об'єм піраміди.

А) 144 см^3 ; Б) 72 см^3 ; В) 288 см^3 ; Г) 432 см^3 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть x , якщо $\log_2 x = \log_4 32 + 2\log_4 3 - \log_4 2$.
- 2.2. Скільки різних правильних нескоротних дробів можна скласти із чисел 1; 2; 3; 7; 11; 18 так, щоб чисельником і знаменником кожного дробу були числа з даного набору?
- 2.3. Швидкість руху точки задається рівнянням $v(t) = 5 + 2t$ (м/с). Знайдіть рівняння руху $s = s(t)$, якщо $s(3) = 30$.
- 2.4. Точка M знаходиться поза площиною прямокутного трикутника ABC , у якого $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$ см, $BC = 6$ см, і на однакових відстанях від його вершин. Знайдіть цю відстань, якщо відстань від точки M до площини трикутника дорівнює 12 см.

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

A) 0,3; Б) 0,7; В) 0,1; Г) 0,5.

1.8. Обчисліть $\int_{-3}^0 x^2 dx$.

- А) -3; Б) 3; В) 9; Г) -9.

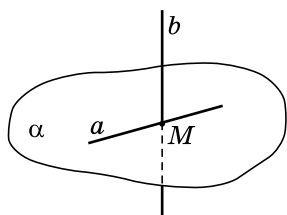
1.9. Знайдіть координати середини відрізка AB , якщо $A(-2; 4)$, $B(6; 8)$.

- А) (4; 12); Б) (2; 6); В) (8; 4); Г) (4; 2).

1.10. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $AB = 5$ см, $A_1B_1 = 15$ см. Знайдіть відношення $\frac{B_1C_1}{BC}$.

- А) 1 : 3; Б) 1 : 2; В) 2 : 1; Г) 3 : 1.

1.11. Пряма b перпендикулярна до площини α , а пряма a лежить у площині α і проходить через точку M перетину прямої b і площини α . Яким є кут між прямими a і b ?



- А) 30° ;
Б) 60° ;
В) 90° ;
Г) неможливо визначити.

1.12. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює $8\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

- А) 96π см²; Б) 48π см²; В) 24π см²; Г) 64π см².

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\frac{\sin 4\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 2\alpha}$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(x^2 + 3x) \leq -2$.

2.3. Знайдіть точки максимуму функції $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{9}{x}$.

2.4. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 7 см і 3 см та гострим кутом 30° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його повна поверхня дорівнює 141 см².

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповіді, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $(4 + (-2) - (-3)) \cdot (-8)$.

- А) -72; Б) 8; В) 40; Г) -40.

1.2. Розв'яжіть рівняння $3x = 0$.

- А) 3; В) немає розв'язків;
Б) x – будь-яке число; Г) 0.

1.3. Виконайте ділення $\frac{a+b}{c-2d} : \frac{a^2+2ab+b^2}{c^2-2cd}$.

- А) $\frac{a+b}{c}$; Б) $\frac{c}{a+b}$; В) $\frac{c}{a-b}$; Г) $-\frac{c}{a+b}$.

1.4. Графіком якої з функцій є парабола, вітки якої направлені вниз?

- А) $y = 2x^2 - 3x$; В) $y = -2x^2 + 3x$;
Б) $y = -2x + 3$; Г) $y = x^2 - 2x - 3$.

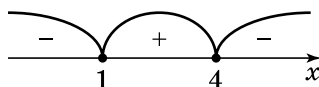
1.5. Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = 2$.

- А) 6; Б) 8; В) 9; Г) немає розв'язків.

1.6. Обчисліть $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} - \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$.

- А) -3; Б) 3; В) -7; Г) 7.

1.7. Знак похідної функції $y = g(x)$, визначеної на R , змінюється за схемою, зображеною на рисунку. Визначте точки мінімуму функції.



- А) 4; Б) 1; В) 1; 4; Г) немає точок мінімуму.

1.8. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випаде число, яке є дільником числа 24?

- А) $\frac{1}{3}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{5}{6}$; Г) 1.

1.9. Яка з фігур є правильним многокутником?

- А) трапеція; В) прямокутний трикутник;
Б) квадрат; Г) коло.

1.10. У прямокутній трапеції тупий кут утричі більший за гострий. Знайдіть градусну міру гострого кута трапеції.

- А) 75° ; Б) 65° ; В) 55° ; Г) 45° .

1.11. Скільки всього ребер у п'ятикутної призми?

- А) 5; Б) 10; В) 15; Г) 20.

1.12. Перерізом кулі площиною, яку проведено на відстані 4 см від центра, є круг площею $9\pi \text{ см}^2$. Знайдіть об'єм кулі.

- А) $\frac{500\pi}{3} \text{ см}^3$; Б) $125\pi \text{ см}^3$; В) $600\pi \text{ см}^3$; Г) $\frac{125\pi}{3} \text{ см}^3$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x + 10\cos x - 11 = 0$.

2.2. Розв'яжіть нерівність $9^{0,5x^2-3} \geq 27$.

2.3. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 1} \text{ у точці з абсцисою } x_0 = 5.$$

2.4. Дано $\vec{a}(2; -1; 3)$ і $\vec{b}(4; 2; 0)$. Знайдіть модуль вектора

$$\vec{m} = 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2$ та $y = x + 2$.

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 3\log_y x + 3\log_x y = 10, \\ xy = 16. \end{cases}$$

3.3. Основою прямої призми є паралелограм із сторонами 3 м і 4 м. Одна з діагоналей призми дорівнює 5 м, а інша – 7 м. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $(\sqrt{x} - a)(2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16) = 0$ має два різних корені.

4.2^м. Побудуйте графік рівняння $\cos(\pi(x^2 + y^2)) = -1$.

4.3^м. У внутрішній області рівностороннього трикутника взято точку. Доведіть, що сума відстаней від цієї точки до сторін трикутника дорівнює висоті трикутника.

4.4^м. Знайдіть радіус сфери, вписаної в правильну трикутну піраміду, висота якої дорівнює h , а кут між бічним ребром і площиною основи дорівнює α .

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз $\left(\frac{\sqrt[4]{a}-5}{\sqrt[4]{a}+5} - \frac{\sqrt[4]{a}+5}{\sqrt[4]{a}-5} \right) : \frac{10\sqrt[4]{a}}{25-\sqrt{a}}.$

3.2. Знайдіть найменше та найбільше значення функції $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ на проміжку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi \right].$

3.3. Висота конуса дорівнює 4 см. Площа перерізу конуса площиною, що паралельна його основі, дорівнює половині площі основи. Знайдіть відстань від вершини конуса до перерізу.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $4^x + a \cdot 25^x = 3 \cdot 10^x.$

4.2^м. Побудуйте геометричне місце точок, що задовольняють нерівність $\log_{y-x}(y^2 + x^2) \geq \log_{y-x} 9.$

4.3^м. Висота прямокутного трикутника ABC , проведена до гіпотенузи, ділить його на два трикутники. Відстань між центрами кіл, вписаних у ці трикутники, дорівнює 1 см. Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник $ABC.$

4.4^м. У правильну трикутну піраміду вписано кулю. Відстань від центра кулі до вершини піраміди дорівнює a . Бічне ребро піраміди нахилене до площини основи під кутом α . Знайдіть об'єм кулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2$ та $y = 2 - x$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x + |\sin x| \cos x = 0$.

3.3. Кулю по один бік від її центра перетнули двома паралельними площинами. Площі утворених перерізів дорівнюють $36\pi \text{ см}^2$ і $64\pi \text{ см}^2$, а відстань між ними – 2 см. Знайдіть площу поверхні кулі.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $x^3 - 2x^2 + x + a = 0$ має три корені.

4.2^М. Розв'яжіть нерівність $\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 \cdot \log_3 (81x) \leq 1$.

4.3^М. У рівнобічну трапецію вписано коло. Відстань від центра кола до точки перетину діагоналей трапеції відносився до радіуса кола як 3 : 5. Знайдіть відношення периметра трапеції до довжини вписаного кола.

4.4^М. Основою прямої призми є рівносторонній трикутник. Через одну з його сторін проведено площину під кутом α до основи призми. Ця площина відтинає від призми трикутну піраміду, об'єм якої дорівнює V . Знайдіть площу перерізу.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння $1 + \sin 2x = (\sin 2x - \cos 2x)^2$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \frac{x-1}{2-x} > -1$.

3.3. Основою прямої призми є рівнобічна трапеція з тупим кутом α , в яку можна вписати коло. Діагональ бічної грані, що містить бічну сторону трапеції, дорівнює b і нахилена до площини основи під кутом β . Знайдіть повну поверхню призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких система рівнянь $\begin{cases} (a-1)x - 2ay = 2 - 4a, \\ ax + (a-1)y = 2 \end{cases}$ має безліч розв'язків.

4.2^М. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^3 - 2x|x-2|$ на проміжку $[0; 3]$.

4.3^М. Два кола, радіуси яких дорівнюють R і r , лежать в одній площині та дотикаються одне одного. Знайдіть радіус кола, яке дотикається до заданих кіл і їх спільної зовнішньої дотичної.

4.4^М. У правильній чотирикутній піраміді відношення довжини бічного ребра до довжини ребра основи дорівнює $\sqrt{2}$. Через діагональ основи піраміди паралельно бічному ребру проведено січну площину. Знайдіть відношення, у якому ця площина ділить об'єм піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність $9^x - 3^x \geq 6$.

3.2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = \sqrt{x}$ та $y = \frac{x}{2}$.

3.3. Площа основи циліндра дорівнює S . У циліндрі паралельно його осі проведено площину, яка перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом α . Кут між діагоналлю утвореного перерізу і площиною основи циліндра дорівнює β . Знайдіть площу перерізу.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. При яких значеннях параметра a усі точки екстремуму функції $y = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x - 4$ належать проміжку $[-2; 4]$?

4.2^М. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = -1. \end{cases}$$

4.3^М. У рівнобедреному трикутнику медіана, проведена до основи, дорівнює 8 см, а медіана, проведена до бічної сторони, $-\sqrt{97}$ см. Знайдіть радіус вписаного у цей трикутник кола.

4.4^М. У кулю радіуса R вписано правильну чотирикутну піраміду так, що центр кулі лежить на висоті піраміди. Знайдіть об'єм піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо її основи, дорівнює r .

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть значення виразу $(2^{\log_2 11} - \log_{12} 4 - \log_{12} 3)^{\lg 5}$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $4^{\sqrt{x-2}} + 8 < 9 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$.

3.3. Основою прямого паралелепіпеда є ромб. Площа бічної поверхні паралелепіпеда дорівнює 10 м^2 , а площа одного з його діагональних перерізів дорівнює 4 м^2 . Знайдіть площу другого діагонального перерізу паралелепіпеда.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $\cos 2x + 2\cos x - 2a^2 - 2a + 1 = 0$ має лише один корінь на проміжку $[0; 2\pi)$.

4.2^М. Дослідіть функцію $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$ і побудуйте її графік.

4.3^М. $ABCD$ – паралелограм. Точки K і M – середини сторін BC і CD відповідно. Через вершину A паралелограма проведено прямі AK та AM . Доведіть, що ці прямі ділять діагональ BD паралелограма на три рівні частини.

4.4^М. Периметр прямокутного трикутника дорівнює $2p$, а його гострий кут – α . Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням трикутника навколо його гіпотенузи.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння

$$\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = \frac{1}{2}.$$

3.2. Обчисліть значення виразу $\sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt[6]{49 + 20\sqrt{6}}$.

3.3. Найбільша діагональ правильної шестикутної призми дорівнює d і утворює з бічним ребром призми кут α . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. При яких значеннях параметра a рівняння $x^2 + |x| \log_{0,5} 4 - a = 0$ має більше двох коренів?

4.2^м. Обчисліть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції $f(x) = \frac{x-3}{x-5}$ у точці з абсцисою $x_0 = 6$.

4.3^м. Площа опуклого чотирикутника дорівнює половині добутку його діагоналей. Доведіть, що відрізки, які сполучають середини протилежних сторін чотирикутника, рівні.

4.4^м. У кулю радіуса R вписано правильну трикутну піраміду з плоским кутом α при вершині. Знайдіть висоту піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть значення виразу $(\log_2 12 - \log_2 3 + 5^{3\log_5 2})^{\lg 6}$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $\cos 4x + 2\cos^2 x = 0$.

3.3. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює S . Хорду, що лежить в основі циліндра, видно із центра цієї основи під кутом α . Знайдіть площу перерізу, що проходить через дану хорду паралельно осі циліндра.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $4^x - 2a(a+1)2^{x-1} + a^3 = 0$.

4.2^М. Дослідіть функцію $y = \frac{x-3}{x^2+5}$ і побудуйте її графік.

4.3^М. Сторона квадрата дорівнює a . Цей квадрат повернули навколо однієї з його вершин на 45° . Знайдіть площу спільної частини даного і одержаного квадратів.

4.4^М. У правильній чотирикутній піраміді відношення довжини бічного ребра до довжини ребра основи дорівнює $\sqrt{2}$. Через діагональ основи піраміди перпендикулярно до бічного ребра проведено січну площину. Площа утвореного перерізу дорівнює S . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1.** Обчисліть значення виразу $\sin 27^\circ \cos 33^\circ + \sin 63^\circ \cos 57^\circ$.
- 3.2.** Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$.
- 3.3.** Кулю перетнули двома паралельними площинами, розташованими по один бік від її центра. Площі одержаних перерізів дорівнюють $36\pi \text{ см}^2$ і $64\pi \text{ см}^2$. Знайдіть відстань між цими площинами, якщо площа поверхні кулі дорівнює $400\pi \text{ см}^2$.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^м.** Знайдіть усі значення параметра a , при яких система рівнянь
$$\begin{cases} (a+3)x - 4y = 3a - 5, \\ ax + (a+2)y = 3 \end{cases}$$
 не має розв'язків.
- 4.2^м.** Розв'яжіть рівняння $x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5 + \lg x}$.
- 4.3^м.** Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо відношення його радіусів описаного і вписаного кіл дорівнює $\sqrt{3} + 1$.
- 4.4^м.** Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює h , а її бічна грань утворює з площиною основи кут α . Через діагональ основи паралельно бічному ребру проведено січну площину. Знайдіть площу перерізу.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть значення виразу $6^{\frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 6} + \log_6 2}$.

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 2, \\ x + y = 26. \end{cases}$$

3.3. Через дві твірні конуса, кут між якими дорівнює α , проведено площину, що утворює з основою конуса кут β . Знайдіть об'єм конуса, якщо його висота дорівнює h .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Знайдіть усі значення параметра a , при яких усі точки екстремумів функції $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (2-a)x^2 - 2ax + 3$ належать проміжку $(-2; 3)$.

4.2^м. Побудуйте геометричне місце точок площини, що задовольняють рівняння $\cos^2 x + \cos^2 y = 2$.

4.3^м. Точка K – середина сторони AB квадрата $ABCD$, а точка M ділить його діагональ AC у відношенні $AM : MC = 3 : 1$. Доведіть, що кут KMD прямий.

4.4^м. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює H і утворює з бічною гранню піраміди кут α . Через сторону основи піраміди перпендикулярно до протилежної грані проведено січну площину. Знайдіть об'єм піраміди, яка відтинається від даної піраміди січною площиною.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,2}(x^2 + 4x) \geq -1$.

3.2. Обчисліть значення виразу $\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 - 2\sqrt{2}}$.

3.3. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом b і протилежним до нього кутом β . Усі бічні ребра піраміди нахилені до основи під кутом α . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. При якому найменшому значенні параметра a система рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ (x - 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 має єдиний розв'язок?

4.2^М. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $y = 4\sin 2x - 2\sin 4x$ на відрізку $[0; \pi]$.

4.3^М. Доведіть, що для будь-якої трапеції площа трикутника, основою якого є одна з непаралельних сторін трапеції, а вершиною – середина протилежної сторони, дорівнює половині площі трапеції.

4.4^М. У кулю радіуса R вписано правильну трикутну призму. З однієї вершини призми проведено висоту основи та діагональ бічної грані, кут між якими дорівнює α . Знайдіть об'єм призми.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть точки екстремуму функції $f(x) = 3x^2 - 2x^3 - \sqrt[3]{5}$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $\cos^2 x - \sqrt{3}|\cos x| \cdot \sin x = 0$.

3.3. Основою піраміди є квадрат. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи. Найбільше бічне ребро піраміди утворює з висотою кут φ . Відстань від основи висоти піраміди до середини цього ребра дорівнює d . Знайдіть довжину сторони основи піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $3x - x^2 + |x - 4| - a = 0$.

4.2^м. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{5x - x^2} - 4 \log_{\sin x} (1 + \sqrt{2}) < 0$.

4.3^м. Три кола, радіуси яких дорівнюють 1 дм, 1 дм і $(\sqrt{2} - 1)$ дм, лежать в одній площині та попарно дотикаються між собою. Знайдіть площу фігури, яка обмежена меншими дугами цих кіл.

4.4^м. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з кутом α при вершині. Кут між діагоналями рівних бічних граней призми дорівнює β . Через ці діагоналі проведено переріз. Площа перерізу дорівнює S . Знайдіть об'єм призми.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність $2\log_{0,5}(-x) > \log_{0,5}(10 - 9x)$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $\cos^2 x + \frac{1}{\sqrt{3}}|\cos x| \cdot \sin x = 0$.

3.3. Основою прямої призми є ромб. Переріз призми площиною, проведеною через більшу діагональ її нижньої основи та вершину тупого кута верхньої основи, утворює з площиною нижньої основи кут 45° . Перерізом є трикутник, кут якого при вершині верхньої основи призми дорівнює 60° , а площа – 36 см^2 . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких нерівність $x^2 - (3a - 4)x + (a - 1)(2a - 3) > 0$ виконується при всіх додатних значеннях x .

4.2^М. Обчисліть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ в точці з абсцисою $x_0 = 2$.

4.3^М. Рівносторонній трикутник, площа якого S , повернули навколо однієї з його вершин на 30° . Знайдіть площу спільної частини даного і одержаного трикутників.

4.4^М. У рівнобічній трапеції діагональ перпендикулярна до бічної сторони. Бічна сторона дорівнює b і утворює з більшою основою кут α . Знайдіть площу поверхні тіла, утвореного обертанням трапеції навколо більшої основи.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $1 - \sin 2x = (\sin 2x + \cos 2x)^2$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $4^{1-x} + 4^x \geq 5$.

3.3. Основою прямої призми є прямокутний трикутник, гострий кут якого дорівнює α , а гіпотенуза дорівнює c . Діагональ грані, що містить катет, протилежний даному куту, утворює з площиною основи призми кут β . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція $f(x) = \frac{x^3}{3} - (a-1)\frac{x^2}{2} - 2(a-1)x - 9$ має додатну точку мінімуму.

4.2^м. Побудуйте геометричне місце точок площини, що задовольняють нерівність $\log_{\frac{1}{7}}(y^2 + x^2) \geq 2 \log_{\frac{1}{7}}(x + y)$.

4.3^м. Знайдіть кут між векторами $\vec{a} + 3\vec{b}$ і $2\vec{a} - \vec{b}$, якщо вектори \vec{a} і \vec{b} – перпендикулярні між собою і рівні за модулем.

4.4^м. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює H , а плоский кут при вершині – α . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2 - 5x + 4$ та $y = x - 4$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $\frac{25^{x+1} - 1}{1 - 5^{x+1}} \leq 1$.

3.3. Основою прямої призми є ромб, сторона якого дорівнює a . Кут між площинами двох бічних граней призми дорівнює φ . Більша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом β . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $2\cos 2x - 4a|\cos x| + a^2 + 2 = 0$ не має коренів.

4.2^М. Розв'яжіть рівняння $\log_5 x \cdot \sqrt{\log_x 5x} = -\sqrt{2}$.

4.3^М. У рівнобічну трапецію вписано коло, радіус якого дорівнює 5 см. Відстань між точками дотику, що лежать на її бічних сторонах, дорівнює 8 см. Знайдіть площу трапеції.

4.4^М. Тупокутний трикутник з гострими кутами α і β та меншою з його висот довжини h обертається навколо сторони, що лежить проти кута β . Знайдіть площу поверхні тіла обертання, що утворилося.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз $\frac{x^{\frac{1}{4}} - 4}{\frac{1}{x^4} + 4} + \frac{x^{\frac{1}{4}} + 4}{\frac{1}{x^4} - 4} - \frac{64}{x^2 - 16}$.

3.2. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = \cos 2x + \sin 2x$ на відрізку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

3.3. У циліндрі паралельно його осі проведено площину, яка перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом α . Кут між діагоналями утвореного перерізу дорівнює β , а його площа – S . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких система рівнянь $\begin{cases} (a+3)x - 4y = 3a - 5, \\ ax + (a+2)y = 3 \end{cases}$ має безліч розв'язків.

4.2^М. Побудуйте геометричне місце точок площини, що задовольняють нерівність $\log_{y-x^2}(y^2 + x^2) \geq \log_{y-x^2} 4$.

4.3^М. У трикутнику ABC довжина висоти AD дорівнює 4 см. Медіана BK і бісектриса BE ділять AD на три рівні частини. Знайдіть довжину сторони AB .

4.4^М. У правильній чотирикутній піраміді центри вписаної та описаної куль збігаються. Знайдіть об'єм піраміди, якщо довжина сторони основи дорівнює a .

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} \cdot (1 + \cos 4\alpha)$ і знайдіть його значення при $\alpha = \frac{\pi}{12}$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+4x-1} - 9^{2x-4} \geq 0$.

3.3. Твірна конуса нахилена до площини основи під кутом β . В основу конуса вписано трикутник із стороною a і протилежним до неї кутом α . Знайдіть повну поверхню конуса.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких функція $f(x) = (a - 8)x^3 - 3(a - 8)x^2 - 12x + 5$ спадає на всій своїй області визначення.

4.2^м. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\log_x \sqrt{3x}} \cdot \log_3 x = -1$.

4.3^м. У прямокутному трикутнику менший кут дорівнює α . Перпендикулярно до гіпотенузи проведено пряму, яка ділить трикутник на дві рівновеликі частини. Знайдіть відношення, у якому ця пряма ділить гіпотенузу.

4.4^м. У кулю радіуса R вписано правильну чотирикутну піраміду так, що центр кулі лежить на продовженні висоти піраміди. Знайдіть об'єм цієї піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо її основи, дорівнює r .

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Доведіть тотожність $\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$.

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 2\log_y x + 2\log_x y = 5, \\ xy = 8. \end{cases}$$

3.3. Основою піраміди є правильний трикутник, площа якого дорівнює $36\sqrt{3}$ см². Одна грань піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до площини основи під кутом 45°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких рівняння $36^x + (a - 1) \cdot 6^x + a - 2a^2 = 0$ має два різних дійсних корені.

4.2^м. Дослідіть функцію $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ і побудуйте її графік.

4.3^м. Основи трапеції дорівнюють 13 см і 7 см. Пряма, паралельна основі трапеції, проходить через точку перетину діагоналей. Знайдіть довжину відрізка цієї прямої, що міститься між бічними сторонами трапеції.

4.4^м. Об'єми тіл, утворених обертанням прямокутного трикутника навколо його гіпотенузи та катетів, відповідно дорівнюють V_c , V_a , V_b . Доведіть, що $\frac{1}{V_c^2} = \frac{1}{V_a^2} + \frac{1}{V_b^2}$.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть точки екстремуму функції $f(x) = x^3 - 3x^2 - \sqrt{7}$.
- 3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2, \\ x^2 + y = 42. \end{cases}$$
- 3.3. Сторона основи правильної чотирикутної призми вдвічі менша за її бічне ребро. Через сторону основи та середину протилежного до неї бічного ребра проведено переріз. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо радіус кола, описаного навколо перерізу призми, дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких нерівність $x^2 - (4a + 1)x + (a + 2)(3a - 1) > 0$ виконується при всіх від'ємних значеннях x .
- 4.2^М. Побудуйте графік рівняння $\sin \pi x = \cos \pi y$.
- 4.3^М. У рівнобедреному трикутнику висота, проведена до основи, дорівнює 20 см, а висота, проведена до бічної сторони, – 24 см. Знайдіть периметр трикутника.
- 4.4^М. Радіус основи конуса дорівнює R , а кут розгортки його бічної поверхні – прямий. Знайдіть об'єм конуса.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 \geq 0$.

3.2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = -\frac{4}{x}$ та $y = 5 + x$.

3.3. Основою прямої призми є ромб. Площі діагональних перерізів призми дорівнюють 36 м^2 і 48 м^2 . Менша діагональ призми утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть повну поверхню призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких функція $f(x) = (a - 12)x^3 + 3(a - 12)x^2 + 6x + 7$ зростає на всій своїй області визначення.

4.2^М. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = \frac{1}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

4.3^М. У прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює 30° , а протилежний до нього катет дорівнює 1 см. З вершини другого гострого кута проведено бісектрису, яка ділить цей трикутник на два трикутники. Знайдіть відстань між центрами кіл, вписаних в одержані трикутники.

4.4^М. У правильну чотирикутну піраміду вписано кулю. Відстань від центра кулі до вершини піраміди дорівнює a , а кут нахилу бічної грані до площини основи дорівнює α . Знайдіть об'єм кулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1.** Спростіть вираз $\left(\frac{\cos \alpha}{\cos 4\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\sin 4\alpha} \right) \cdot \frac{\cos 6\alpha - \cos 10\alpha}{\sin 3\alpha}$.
- 3.2.** Подайте число 225 у вигляді добутку двох додатних множників так, щоб їхня сума набувала найменшого значення.
- 3.3.** Основою піраміди є ромб з тупим кутом β і меншою діагоналлю d . Усі бічні грані піраміди утворюють з площиною основи кут α . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^м.** Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $(\log_2 x - a)\sqrt{x - 3} \geq 0$.
- 4.2^м.** Побудуйте графік функції $y = 2^{|x-1| + (\sqrt{x+1})^2}$.
- 4.3^м.** Периметр рівнобічної трапеції вдвічі більший за довжину вписаного в цю трапецію кола. Знайдіть гострий кут трапеції.
- 4.4^м.** У кулю радіуса R вписано конус. У цей конус вписано циліндр, осевим перерізом якого є квадрат. Відомо, що кут між твірною і площиною основи конуса дорівнює α . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть $5^{\frac{4}{\log_{\sqrt{3}} 5} + \log_5 4}$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $4 \sin^2 x + \sin 2x - 3 = 0$.

3.3. У правильній чотирикутній піраміді бічні ребра нахилени до площини основи під кутом φ . Відстань від основи висоти піраміди до бічного ребра дорівнює l . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $\sqrt{x^2 + 8x - 9(x - a)} \geq 0$.

4.2^М. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій $y = |4 - x^2|$ та $y = 4 + 2|x|$.

4.3^М. Кути при основі трапеції дорівнюють 20° і 70° , а довжина відрізка, який з'єднує середини основ, – 2 см. Знайдіть довжини основ трапеції, якщо довжина її середньої лінії дорівнює 4 см.

4.4^М. У кулю радіуса R вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з площиною основи кут α , а з меншою бічною гранню – кут β . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть точки екстремуму функції $f(x) = x^3 - 3x^2 - \sin \frac{\pi}{4}$.

3.2. Побудуйте графік функції $f(x) = \log_2 \log_{2-x}(2-x)^x$.

3.3. Через діагональ нижньої основи і протилежну вершину верхньої основи правильної чотирикутної призми проведено переріз. Кут нахилу перерізу до основи дорівнює 60° . Знайдіть об'єм призми, якщо площа перерізу дорівнює 8 м^2 .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких рівняння $\cos 2x + (2-a) \sin x + a^2 - a - 1 = 0$ має корені.

4.2^м. Розв'яжіть нерівність $5^{1-x^2} + 1 \geq \sqrt{x^2 + 36}$.

4.3^м. Доведіть, що сума відстаней від будь-якої точки, взятої на стороні правильного трикутника, до двох його інших сторін є сталою величиною.

4.4^м. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює b і утворює з площиною основи кут α . У цю піраміду вписано циліндр, висота якого дорівнює діаметру, а основа лежить у площині основи піраміди. Знайдіть висоту циліндра.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції $f(x) = x^3 - 3x^2 + e^2$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$.

3.3. Діагональ прямокутного паралелепіпеда утворює з площиною однієї бічної грані кут α , а з площиною іншої – кут β . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда, якщо його діагональ дорівнює d .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $|x - 1| = ax + 2$.

4.2^М. Розв'яжіть нерівність $x^2 + 4x + 5 \leq \cos^2(2 + x)$.

4.3^М. У прямокутній трапеції відношення довжин основ дорівнює 4, а відношення довжин діагоналей дорівнює 2. Знайдіть гострий кут трапеції.

4.4^М. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює α . Радіус кола, описаного навколо бічної грані, дорівнює R . Знайдіть об'єм кулі, описаної навколо даної піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть значення виразу $\frac{\sqrt{a} + 5\sqrt[4]{ab}}{5\sqrt{b} + \sqrt[4]{ab}}$, якщо $\frac{a}{b} = \frac{81}{256}$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $5^{3x+2} \cdot 3^{2x-1} = \frac{9}{5} \cdot 3^{3x} \cdot 5^{2x}$.

3.3. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник. Діагоналі бічних граней, що містять бічні сторони цього трикутника і мають спільну вершину, дорівнюють d і утворюють між собою кут α . Площина, яка проходить через ці діагоналі, нахилена до площини основи під кутом β . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $\sqrt{-x^2 + 8x - 7} \cdot \log_2(x - a) \geq 0$.

4.2^М. Спростіть вираз $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$, якщо $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

4.3^М. Висота рівнобічної трапеції вдвічі менша від бічної сторони. У цю трапецію вписано круг. Знайдіть відношення площі трапеції до площі вписаного круга.

4.4^М. Висота конуса дорівнює H , а кут між висотою та його твірною – α . У цей конус вписано другий конус так, що вершина другого конуса збігається із центром основи першого, основи конусів паралельні, а твірна другого конуса перпендикулярна до відповідної твірної першого конуса. Знайдіть об'єм вписаного конуса.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння

$$3\cos x - \sin 2x = 0.$$

3.2. Розкладіть число 24 на два доданки так, щоб сума кубів цих доданків була найменшою.

3.3. Кінці відрізка належать двом перпендикулярним площинам. Проекції відрізка на кожную з площин відповідно дорівнюють $\sqrt{369}$ см і 20 см. Відстань між основами перпендикулярів, що проведено з кінців відрізка до площин, – 12 см. Знайдіть довжину даного відрізка.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $\sqrt{x - a}(x^2 - 5x + 6) \geq 0$.

4.2^М. Визначте кількість коренів рівняння

$$\cos \frac{\pi(x-4)}{2} \lg((x-6)(23-x)) = 0.$$

4.3^М. У рівносторонній трикутник ABC вписано інший рівносторонній трикутник EFG , вершини якого лежать на сторонах першого трикутника і ділять кожную з них у відношенні 1 : 2. Знайдіть відношення площ трикутників EFG і ABC .

4.4^М. У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює a , двогранный кут при ребрі основи – α . Знайдіть об'єм кулі, описаної навколо цієї піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть усі корені рівняння $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, які належать проміжку $(-\pi; \pi)$.
- 3.2. Для графіка функції $y = \ln(2x + 2)$ запишіть рівняння дотичної, яка паралельна прямій $y = 5 + x$.
- 3.3. Відстань від центра основи конуса до його твірної дорівнює d . Кут між твірною і висотою дорівнює α . Знайдіть повну поверхню конуса.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $(x - a)(\lg^2 x + \lg x - 2) \geq 0$.
- 4.2^М. Розв'яжіть рівняння $(3 + \sqrt{8})^x + (3 - \sqrt{8})^x = 6$.
- 4.3^М. Площа рівностороннього трикутника, побудованого на гіпотенузі прямокутного трикутника, вдвічі більша за площу цього прямокутного трикутника. Знайдіть відношення катетів прямокутного трикутника.
- 4.4^М. У правильній чотирикутній піраміді довжина ребра основи дорівнює a , а двогранний кут при ребрі основи дорівнює α . У піраміду вписано куб так, що чотири його вершини лежать у площині основи піраміди, а інші чотири – на бічних ребрах піраміди. Знайдіть об'єм куба.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз $\left(\frac{\sqrt[4]{a} + 4}{\sqrt[4]{a} - 4} + \frac{\sqrt[4]{a} - 4}{\sqrt[4]{a} + 4} \right) : \frac{4\sqrt{a} + 64}{16 - \sqrt{a}}.$

3.2. Розв'яжіть нерівність $4^{\sqrt{x}} - 2^{\sqrt{x}} \leq 2.$

3.3. У нижній основі циліндра проведено хорду, що стягує дугу градусної міри 2α . Відрізок, що сполучає центр верхньої основи із серединою хорди нижньої основи, нахилений до площини основи під кутом β . Знайдіть об'єм циліндра, якщо відстань від центра нижньої основи до середини даного відрізка дорівнює l .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $\log_{0,5}(x^2 - ax) = \log_{0,5}(2x - 4a + 8).$

4.2^М. Побудуйте геометричне місце точок площини, що задовольняють рівняння $\sin(\pi(x^2 + y^2)) = \cos \frac{5\pi}{2}.$

4.3^М. Середня лінія трапеції ділить площу трапеції у відношенні 3 : 5. Знайдіть основи трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 10 см.

4.4^М. Бічні ребра трикутної піраміди попарно перпендикулярні. Відомо, що навколо піраміди можна описати конус. Знайдіть кут між твірною описаного конуса і його висотою.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{\log_4(x^2 + x - 2) - 1}{\log_4(x - 1)} = 0$.

3.2. Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = \frac{x^3 + 1}{3}$ в точці його перетину з віссю абсцис.

3.3. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з кутом β при основі та радіусом описаного кола R . Знайдіть площу повної поверхні піраміди, якщо всі її грані нахилені до площини основи під кутом α .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Для кожного значення параметра a вкажіть кількість коренів рівняння $x^2 + 4x - |2x + 4| + a = 0$.

4.2^м. Обчисліть значення виразу

$$\cos \frac{\pi}{33} \cos \frac{2\pi}{33} \cos \frac{4\pi}{33} \cos \frac{8\pi}{33} \cos \frac{16\pi}{33}.$$

4.3^м. У прямокутну трапецію вписано коло. Доведіть, що площа цієї трапеції дорівнює добутку її основ.

4.4^м. У кулю, радіус якої дорівнює R , вписано призму. Основою призми є прямокутний трикутник з гострим кутом α , а діагональ бічної грані, яка містить катет, прилеглий до цього кута, утворює з площиною основи кут β . Знайдіть об'єм призми.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть найменше та найбільше значення функції $f(x) = 2x^2 - x^4 + 1$ на проміжку $[-2; 0]$.
- 3.2. Знайдіть значення виразу $\log_{\sqrt{3}} 8 \cdot \log_4 81 \cdot \log_{\sqrt{2}} (\cos \frac{5\pi}{3})$.
- 3.3. Основою піраміди є правильний трикутник. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до неї під кутом β . Висота піраміди дорівнює H . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $(\sqrt{3})^{|2-x|+x+2} = a$.
- 4.2^М. Знайдіть найбільше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\sqrt{x^2 - x - 2} - x > 4$.
- 4.3^М. Дві сторони трикутника дорівнюють 1 см і $\sqrt{15}$ см, а медіана, проведена до третьої сторони, – 2 см. Знайдіть площу трикутника.
- 4.4^М. У конус вписано кулю. Радіус кулі дорівнює R , а кут між двома твірними в осьовому перерізі конуса – 2α . Знайдіть об'єм тіла, обмеженого поверхнями кулі та конуса.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$.

3.2. Доведіть, що коли $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$, $\sin \beta = \frac{\sqrt{21}}{14}$ і $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $0^\circ < \beta < 90^\circ$, то $\alpha + \beta = 60^\circ$.

3.3. Апофема правильної трикутної піраміди утворює з її висотою кут α . Знайдіть повну поверхню піраміди, коли відрізок, що сполучає основу висоти піраміди з серединою апофеми, дорівнює m .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $|x - 2| - |x - 5| \leq a$.

4.2^м. Дослідіть функцію $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ і побудуйте її графік.

4.3^м. У рівнобічній трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) відстань від вершини A до прямої CD дорівнює довжині бічної сторони, а основи трапеції AD і BC відносяться як 5 : 1. Знайдіть кути трапеції.

4.4^м. У конус, кут між твірною і площиною основи якого дорівнює α , вписано кулю. У цю кулю вписали куб. Знайдіть відношення об'ємів конуса і куба.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть точки екстремуму функції $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - \sin \frac{\pi}{6}$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} \geq 0,5$.

3.3. Бічні грані правильної трикутної призми – квадрати. Знайдіть кут між прямими, одна з яких містить діагональ бічної грані, а друга – сторону основи призми, яка не перетинає цю діагональ.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. При якому значенні параметра a система рівнянь
$$\begin{cases} y - |x| - |x - 4| = 0, \\ y + (x - 2)^2 = a^2 - 2a + 1 \end{cases}$$
 має єдиний розв'язок?

4.2^М. Розв'яжіть рівняння $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$.

4.3^М. Кут між одиничними векторами \vec{a} і \vec{b} дорівнює 120° . Знайдіть $|\vec{5a} - 3\vec{b}|$.

4.4^М. У правильну чотирикутну піраміду вписано циліндр так, що його нижня основа лежить в основі піраміди, а верхня основа дотикається до всіх її бічних граней. Радіус основи циліндра дорівнює R , а його висота вдвічі менша за висоту піраміди. Кут нахилу бічної грані піраміди до площини основи дорівнює α . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1.** Знайдіть найменше та найбільше значення функції $f(x) = xe^{2x}$ на проміжку $[-2; 0]$.
- 3.2.** Знайдіть значення виразу $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = 3$.
- 3.3.** Куля дотикається до всіх сторін трикутника із сторонами 13 см, 14 см і 15 см. Відстань від центра кулі до площини трикутника дорівнює 3 см. Знайдіть площу поверхні кулі.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М.** Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $16^x - (a + 1) \cdot 4^x + 4a - 12 = 0$ має лише один корінь.
- 4.2^М.** У прямокутній системі координат на площині побудуйте множину точок $(x; y)$, що задовольняє нерівність $\log_3(y - 1) > \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$.
- 4.3^М.** Знайдіть кут між векторами $\vec{a} + 2\vec{b}$ і $5\vec{a} - 2\vec{b}$, якщо вектори \vec{a} і \vec{b} – перпендикулярні між собою і рівні за модулем.
- 4.4^М.** Дві правильні чотирикутні піраміди мають спільну основу, і одна з них знаходиться всередині другої. Бічне ребро більшої піраміди нахилене до площини основи під кутом α , а меншої – під кутом β . Радіус кола, описаного навколо спільної основи пірамід, дорівнює R . Знайдіть об'єм частини простору, обмеженої бічними гранями цих пірамід.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = 2x^2$ та $y = x + 1$.

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt[4]{x+y} - \sqrt[4]{x-y} = 2, \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 8. \end{cases}$$

3.3. Із кінців відрізка, що належать двом перпендикулярним площинам, до лінії перетину площин проведено перпендикуляри, довжини яких $4\sqrt{2}$ см і 4 см. Відстань між основами проведених перпендикулярів дорівнює 4 см. Обчисліть кути, що утворює цей відрізок з даними площинами.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $\lg(x^2 - 3ax) = \lg(x - 6a + 2)$.

4.2^М. Знайдіть множину значень функції $f(x) = 3^{\frac{1}{2^x-1}}$.

4.3^М. Коло вписано в прямокутний трикутник. Точка дотику ділить менший з катетів у відношенні $1 : \sqrt{3}$. Знайдіть кути цього трикутника.

4.4^М. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з бічною стороною b і кутом α при вершині. З цієї вершини в бічних гранях призми проведено діагоналі. Кут між проведеними діагоналями дорівнює β . Знайдіть об'єм циліндра, описаного навколо даної призми.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Доведіть тотожність $\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{2}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2} = 1$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $2 \log_x 27 - 3 \log_{27} x = 1$.

3.3. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою a і кутом α при вершині. Бічна грань, що містить основу цього трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до площини основи під кутом φ . Знайдіть бічну поверхню піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $|x - 2| + |x + 3| \leq a$.

4.2^М. Обчисліть площу трикутника, утвореного дотичною до графіка функції $y = \frac{x+3}{2x-1}$ в точці $x_0 = 1$ і відрізками, які ця дотична відтинає на осях координат.

4.3^М. У трапеції проведено діагоналі. Площі трикутників, які прилягають до її основ, дорівнюють S_1 і S_2 . Доведіть, що площа цієї трапеції дорівнює $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$.

4.4^М. У циліндр вписано паралелепіпед. Сторона основи більшої бічної грані паралелепіпеда дорівнює a . Діагональ паралелепіпеда утворює із площиною основи кут α , а з більшою бічною гранню – кут β . Знайдіть об'єм циліндра.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції

$$f(x) = \frac{5}{3}x^3 + 10x^2 + \sqrt[3]{5}.$$

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{4}, \\ \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

3.3. Основою прямої призми є трикутник зі стороною a і прилеглими до неї кутами α та β . Діагональ бічної грані, що містить цю сторону, утворює із площиною основи кут γ . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $(x - a)(4^x - 2^x - 12) \leq 0$.

4.2^М. Знайдіть значення виразу

$$\cos \frac{2\pi}{31} \cos \frac{4\pi}{31} \cos \frac{8\pi}{31} \cos \frac{16\pi}{31} \cos \frac{32\pi}{31}.$$

4.3^М. Діагоналі опуклого чотирикутника розбивають його на чотири трикутники. Площі трьох з них дорівнюють S_1, S_2, S_3 . Знайдіть площу четвертого трикутника.

4.4^М. Конус вписано в кулю. Площа осового перерізу конуса дорівнює S , а кут між його висотою і твірною – α . Знайдіть площу поверхні кулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1.** Знайдіть найменше та найбільше значення функції $f(x) = xe^{-x}$ на проміжку $[0; 2]$.
- 3.2.** Обчисліть значення виразу $16\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$.
- 3.3.** Основою піраміди є прямокутник. Діагональ прямокутника дорівнює d і утворює з його стороною кут γ . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом α . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^м.** Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $\|x - 1| - 4| = a$.
- 4.2^м.** Розв'яжіть нерівність $\sqrt{4 - x^2} \left(\log_3 \frac{x+1}{x} + 2 \right) \leq 0$.
- 4.3^м.** Кут між одиничними векторами \vec{a} і \vec{b} дорівнює 60° . Знайдіть $|\vec{3a} + 5\vec{b}|$.
- 4.4^м.** У зрізаному конусі твірна нахилена до більшої основи під кутом α . У цей конус вписано кулю радіуса r . Знайдіть довжину лінії, вздовж якої куля дотикається до бічної поверхні конуса.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Розв'яжіть рівняння $\log_4 x^2 + \log_x 16 = 5$.
- 3.2. Сума двох додатних чисел дорівнює 8. Знайдіть ці числа, коли відомо, що сума квадрата одного з них та куба другого набуває найменшого значення.
- 3.3. Основою прямої призми є рівнобічна трапеція з діагоналлю d і гострим кутом α . Діагоналі трапеції перпендикулярні до її бічних сторін. Знайдіть об'єм призми, якщо її діагональ утворює з площиною основи кут β .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^м. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $|x - 3| + |x + 3| > a$.
- 4.2^м. Спростіть вираз $\sqrt{\frac{1 + \sin \beta}{1 - \sin \beta}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \beta}{1 + \sin \beta}}$, якщо $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.
- 4.3^м. У сектор AOB із центральним кутом α $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ вписано круг, що дотикається до радіусів OA і OB та дуги AB . Знайдіть відношення площі сектора до площі вписаного круга.
- 4.4^м. Навколо піраміди, основою якої є правильний трикутник зі стороною a , описано кулю. Відомо, що одне з бічних ребер піраміди перпендикулярне до площини основи і дорівнює b . Знайдіть радіус кулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2$.

3.2. Розв'яжіть нерівність $\left(\sin \frac{\pi}{7} \right)^{\frac{x^2 - 2}{x + 3}} \leq 1 - \cos^2 \frac{\pi}{7}$.

3.3. Основою прямої призми є прямокутний трикутник з гострим кутом β . Площа бічної грані, що містить катет, протилежний до даного кута, дорівнює S , а її діагональ нахилена до площини основи під кутом α . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М– 4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $(2 + \log_2 a)x^2 + 6x \log_2 a + 4 \log_2 a + 1 = 0$ має лише один корінь.

4.2^М. Розв'яжіть рівняння $\sin 3x - \cos 2x = 2$.

4.3^М. Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює α . Знайдіть відношення радіуса кола, вписаного в цей трикутник, до радіуса описаного кола.

4.4^М. Кут між площиною основи і бічною гранню правильної чотирикутної піраміди дорівнює α . Площа поверхні кулі, яка вписана в піраміду, дорівнює S . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть значення виразу $\frac{1 - \lg^2 5}{2 \lg \sqrt{10} - \lg 5} - \lg 5$.

3.2. Подайте число 5 у вигляді суми двох додатних чисел так, щоб добуток першого числа на квадрат другого числа був найбільшим.

3.3. У нижній основі циліндра на відстані a від центра проведено хорду, яку видно із центра цієї основи під кутом 2β . Відрізок, що сполучає центр верхньої основи з одним із кінців проведеної хорди, утворює з площиною основи кут α . Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} \cdot \log_2(x + a) \geq 0$.

4.2^М. Скільки коренів має рівняння

$$\cos \frac{\pi(x-3)}{2} \sqrt{(x-4)(20-x)} = 0?$$

4.3^М. Основи трапеції дорівнюють a та b . Відрізок, кінці якого лежать на бічних сторонах трапеції, паралельний основам і ділить трапецію на дві рівновеликі частини. Знайдіть довжину цього відрізка.

4.4^М. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює a . Бічне ребро утворює з висотою піраміди кут α . Знайдіть об'єм кулі, описаної навколо цієї піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x - 5\cos x - 2 = 0$.
- 3.2. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції $f(x) = (x^2 - 2x - 3)^2$.
- 3.3. Площа бічної поверхні правильної трикутної призми в 12 разів більша за площу основи. Знайдіть кут між діагоналлю бічної грані та площиною основи призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $4^x - 4a \cdot 2^{x-1} + 2a - 1 = 0$.
- 4.2^М. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності $\sqrt{x^2 + x - 2} + x > 4$.
- 4.3^М. У паралелограмі проведено бісектриси всіх його кутів. Доведіть, що чотирикутник, утворений точками перетину бісектрис, є прямокутником, діагональ якого дорівнює різниці суміжних сторін паралелограма.
- 4.4^М. Твірна конуса дорівнює l і утворює кут α із площиною основи конуса. У цей конус вписано півкулю так, що центр півкулі належить основі конуса, а поверхня півкулі дотикається до бічної поверхні конуса. Знайдіть об'єм півкулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння $2 \sin^2 x = \sqrt{3} \sin 2x$.

3.2. Побудуйте графік функції $f(x) = \frac{(x-1)^3}{\sqrt[4]{(x-1)^4}} + 1$.

3.3. Радіуси нижньої та верхньої основ зрізаного конуса відповідно дорівнюють R та r , а його твірна нахилена до площини нижньої основи під кутом 60° . Знайдіть площу бічної поверхні цього зрізаного конуса.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м–4.4^м повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. Для кожного значення параметра a вкажіть кількість точок перетину графіка функції $f(x) = -x^2 + 3x + |x - 4|$ і прямої $y = a$.

4.2^м. Розв'яжіть нерівність $(2 - \sqrt{3})^{|x|-1} - 3(2 + \sqrt{3})^{|x|-1} + 2 \leq 0$.

4.3^м. Пряма, паралельна стороні AC трикутника ABC , перетинає сторони AB та BC в точках M і N . Ці точки з'єднані з довільною точкою K , що належить стороні AC . Знайдіть площу чотирикутника $MBNK$, коли відомо, що площі трикутників ABC і MNK відповідно дорівнюють Q і q .

4.4^м. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α . Навколо цієї піраміди описано кулю, радіус якої дорівнює R . Знайдіть об'єм піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність $\log_3 \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} x > 0$.

3.2. Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$.

3.3. Основою прямої призми є прямокутник з кутом α між діагоналями. Діагональ призми дорівнює d і утворює з площиною основи кут β . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $|x - 2| + |x + 2| = a$.

4.2^М. Розв'яжіть рівняння $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$.

4.3^М. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 10 см і 26 см, а її діагоналі перпендикулярні до бічних сторін. Знайдіть площу цієї трапеції.

4.4^М. У правильній трикутній піраміді відстань від центра описаної навколо неї кулі до бічного ребра дорівнює a . Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом α . Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність $(0, 4)^{1-x} \geq (2, 5)^{\frac{2}{x}}$.

3.2. Побудуйте графік функції $f(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4)^4}$.

3.3. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді площі нижньої та верхньої основ відповідно дорівнюють Q і q , а бічне ребро утворює із площиною основи кут 45° . Знайдіть площу діагонального перерізу цієї зрізаної піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння

$$\cos^2 2x - a \cos 2x = 0 \text{ на проміжку } \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right] \text{ має лише два корені.}$$

4.2^М. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = 3x|x - 3| - x^3$ на проміжку $[0; 4]$.

4.3^М. Сторони трикутника відносяться як $3 : 4 : 5$. Знайдіть відношення площ описаного та вписаного в нього кругів.

4.4^М. Навколо конуса, твірна якого нахилена до площини основи під кутом α , описано кулю. Знайдіть відношення об'єму конуса до об'єму кулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння $\log_{\sqrt{2}}(-x) = 1 + \log_2(x + 4)$.

3.2. Знайдіть значення виразу $81(\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha)$, якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$.

3.3. Кут між діагоналями основи прямокутного паралелепіпеда дорівнює 30° . Діагональ паралелепіпеда утворює із площиною основи кут 60° . Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює 18 см^3 .

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. При яких значеннях параметра a функція

$$y = \frac{a}{3}x^3 + (a+2)x^2 + (a-1)x + 2$$

має від'ємну точку мінімуму?

4.2^М. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = x^2 - 2x + 3$, дотичною, проведеною до нього в точці з абсцисою $x_0 = 2$, та віссю ординат.

4.3^М. У трикутнику висота і медіана, проведені з однієї вершини, ділять кут при цій вершині на три рівні частини. Знайдіть кути трикутника.

4.4^М. У зрізаний конус вписано кулю, радіус якої дорівнює r . Діаметр більшої основи зрізаного конуса видно із центра кулі під кутом α . Знайдіть об'єм зрізаного конуса.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 14x + \log_2 8.$$

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x + y} = 20, \\ x^2 + y^2 = 136. \end{cases}$$

3.3. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з кутом α при вершині та радіусом описаного кола R . Діагональ бічної грані, що містить бічну сторону цього трикутника, утворює з площиною основи кут β . Знайдіть об'єм призми.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $25^x - a \cdot 5^x - a - 1 < 0$.

4.2^М. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{ctg} x = \frac{|\sin x|}{\sin x}$.

4.3^М. Коло, вписане у прямокутний трикутник, ділить його гіпотенузу на два відрізки. Доведіть, що добуток довжин цих відрізків дорівнює площі трикутника.

4.4^М. Сферу вписано у правильну чотирикутну піраміду зі стороною основи a . Знайдіть довжину бічного ребра піраміди, якщо радіус сфери дорівнює R .

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1.** Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння $5\cos x + 2\sin 2x = 0$.
- 3.2.** Подайте число 3 у вигляді суми двох додатних чисел так, щоб сума потроєного першого числа та куба другого числа була найменшою.
- 3.3.** Основою піраміди є трапеція, паралельні сторони якої дорівнюють 6 см і 8 см, а висота 7 см. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 13 см. Знайдіть висоту піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М.** Знайдіть найменше значення параметра a , при якому система рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ (x - \sqrt{2})^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 має єдиний

розв'язок.

- 4.2^М.** Знайдіть область визначення функції

$$y = \frac{10}{\sqrt{(4x^2 - 16x + 7) \log_2(x - 3)}}.$$

- 4.3^М.** У рівносторонній трикутник вписано коло. До цього кола і до сторін трикутника дотикаються три менші кола. Знайдіть сторону даного трикутника, якщо радіус малого кола дорівнює r .
- 4.4^М.** Твірна конуса утворює з його віссю кут α . У цей конус вписано кулю. Знайдіть відношення об'єму конуса до об'єму кулі.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Доведіть тотожність $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$.
- 3.2. Розкладіть число 6 на два невід'ємних доданки так, щоб добуток їх квадратів був найбільшим.
- 3.3. Куля дотикається до всіх сторін ромба, діагоналі якого дорівнюють 30 см і 40 см. Відстань від центра кулі до площини ромба дорівнює 5 см. Знайдіть площу поверхні кулі.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1^М. Для кожного значення параметра a з'ясуйте кількість коренів рівняння $x^2 + 5x + |3x + 15| - a = 0$.
- 4.2^М. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{\frac{(x-1)^2(x+6)^2}{\log_{0,5}(x^2+3)}}$.
- 4.3^М. У коло, радіус якого дорівнює R , вписано трикутник. Вершини трикутника ділять коло на три частини у відношенні 2 : 5 : 17. Знайдіть площу трикутника.
- 4.4^М. У правильній чотирикутній піраміді довжина ребра основи дорівнює a , а двогранний кут при ребрі основи – α . У цю піраміду вписано куб так, що чотири його вершини лежать у площині основи піраміди, а інші чотири вершини – на апофемах бічних граней піраміди. Знайдіть об'єм куба.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2$ та $y = 4x - 3$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $\lg^2 100x - 7 \lg x = 8$.

3.3. Різниця між твірною і висотою конуса дорівнює d , а кут між ними α . Знайдіть об'єм конуса.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть нерівність $16^x - (5 - a) \cdot 4^x + 6 - 2a < 0$.

4.2^М. Обчисліть значення виразу $\cos\left(\arcsin \frac{12}{13} + \arctg \frac{3}{4}\right)$.

4.3^М. Діагональ опуклого чотирикутника ділить його на два рівновеликих трикутники. Доведіть, що ця діагональ ділить навпіл відрізок, який з'єднує середини двох протилежних сторін чотирикутника.

4.4^М. У правильну чотирикутну піраміду вписано кулю. Відстань від центра кулі до вершини піраміди дорівнює a , а кут нахилу бічної грані до площини основи – α . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x}$.

3.2. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x + \sqrt{3}|\sin x|\cos x = 0$.

3.3. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 13 см, 14 см і 15 см. Усі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 45° . Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^М–4.4^М повинні мати обґрунтування. У них потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^М. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $|\log_2 x| - 2 = a$.

4.2^М. Обчисліть значення виразу $\sin\left(\arccos \frac{3}{5} + \operatorname{arctg} \frac{5}{12}\right)$.

4.3^М. У рівнобедрений трикутник вписано коло радіуса R . До кола проведено дотичну, паралельну основі. В отриманий трикутник вписано коло радіуса r . Доведіть, що синус кута при основі цього трикутника дорівнює $\frac{R-r}{R+r}$.

4.4^М. У циліндр вписано паралелепіпед, діагональ якого із площиною основи утворює кут α , а з більшою бічною гранню – кут β . Сторона основи більшої бічної грані паралелепіпеда дорівнює a . Знайдіть об'єм циліндра.

РОБОТА
на державну підсумкову атестацію

з _____
назва предмета

за курс старшої школи

учня (учениці) _____ класу

назва навчального закладу

прізвище, ім'я, по батькові в родовому відмінку

Варіант № _____

Увага! Позначайте до кожного завдання тільки один варіант відповіді. Будь-які виправлення в бланку недопустимі.

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведеному місці, розташованому внизу бланка відповідей.

У завданнях 1.1–1.12 правильну відповідь позначайте тільки так: ☒

| | А | Б | В | Г | | А | Б | В | Г | | А | Б | В | Г |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1.1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.5 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.9 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1.2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.6 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.10 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1.3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.7 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.11 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1.4 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.8 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | 1.12 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

У завданнях 2.1–2.4 впишіть відповідь.

| | | | |
|-----|--|-----|--|
| 2.1 | | 2.3 | |
| 2.2 | | 2.4 | |

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у спеціально відведеній клітинці, а правильну, на Вашу думку, відповідь – у відповідному місці.

Завдання 1.1–1.12

| | А | Б | В | Г |
|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Завдання 2.1–2.4

| Номер завдання | Виправлена відповідь |
|-----------------------------|----------------------|
| 2. <input type="checkbox"/> | |
| 2. <input type="checkbox"/> | |