

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ  
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
КОМУНАЛЬНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ НЕПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2019-2020 н. р.

Завдання

**9 клас**

1. Розв'яжіть рівняння  $|x-1|+|x-2|+|2x-6|=7$ .
2. Доведіть нерівність  $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$ .
3. Нехай  $AF$  - медіана трикутника  $ABC$ ,  $D$  - середина  $AF$ ,  $E$  - точка перетину прямої  $CD$  зі стороною  $AB$ ,  $BD = BF = CF$ . Доведіть, що  $AE = DE$ .
4. Є дріб  $\frac{1}{3}$ . Щосекунди до його чисельника додається 1, а до знаменника додається 7. Східний забобон стверджує: у той момент, коли одержимо дріб, скоротний на 11, настане кінець світу. Доведіть, що не потрібно боятися настання кінця світу.
5. Деякі сторони клітинок шахівниці розмірами  $8 \times 8$  пофарбовано червоним кольором, решта - синім. За один крок дозволяється обирати деяку клітину дошки та перефарбовувати її в протилежний колір. Чи завжди за декілька кроків можна зробити так, щоб синіми стали менше від четвертої частини загальної кількості сторін клітинок?

*На виконання завдань виділяється 4 години.  
Кожна задача оцінюється в 7 балів.  
Використання записників, калькуляторів  
та інших електронних засобів забороняється.*

9 листопада 2019 року.