

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ НЕПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2019-2020 н. р.

Завдання

10 клас

1. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$.
2. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення виразу $4^n + 15n - 1$ кратне 9.
3. Доведіть, що сума медіан трикутника менша периметра, але більша півпериметра трикутника.
4. Чи можна розташувати числа $-11, -10, -9, -8, \dots, 13, 14$, у вершинах, на ребрах і гранях куба так, щоб число на будь-якому ребрі дорівнювало сумі чисел на його кінцях, а число на будь-якій грані цього куба дорівнювало сумі чотирьох чисел, які стоять на його ребрах?
5. Знайдіть усі функції $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що для всіх дійсних x та y виконується рівність $f(x+y) + x^2 + y^2 = f(x^2 + y^2) + x + y$.

*На виконання завдань виділяється 4 години.
Кожна задача оцінюється в 7 балів.
Використання записників, калькуляторів
та інших електронних засобів забороняється.*

9 листопада 2019 року.